

**Teoría del Caos Aplicada a Series Temporales de  
Siniestralidad en Seguros  
(El Caso boliviano 1975-2020)**

**Chaos Theory Applied to Time Series of Insurance Claims  
(The Bolivian case 1975-2020)**

Iván Orlando Rojas Yanguas<sup>1</sup>

**Instituto de Ciencias Económicas y Financieras, Universidad La Salle  
Bolivia, La Paz- Bolivia**

ivanrojasy@gmail.com

Héctor David Rodrigo Guzmán<sup>2</sup>

**Universidad Mayor de San Andrés, La Paz-Bolivia**

hec2254@gmail.com

---

**Artículo Recibido:** 01-07-2022

**Artículo Aceptado:** 30-01-2023

---

**Resumen**

**L**a presente investigación tiene por objeto determinar si la siniestralidad en Bolivia se caracteriza como una serie por excelencia aleatoria (como la teoría clásica lo establece), o bien si tales características corresponden a procesos explicados mayormente por la Teoría del Caos. Para ello, se ha utilizado diversos

---

1 Iván Orlando Rojas Yanguas, es profesor universitario de las materias de Macroeconomía, Pensiones y Seguros y Finanzas. Graduado con Honores como Licenciado en Economía de la Universidad Católica Boliviana. Master en Dirección y Gestión de Sistemas de Seguridad Social de la Univ. de Alcalá de Henares y la OISS, Master en Auditoría y Control Financiero de Maestrías para el Desarrollo de la Univ. Católica Boliviana en colaboración con el Harvard Institute for International Development. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8862-201X>

2 Héctor David Rodrigo Guzmán, es Ingeniero Comercial titulado de la Escuela Militar de Ingeniería Boliviana Graduado con felicitación y estudiante de la Licenciatura en Matemáticas de la facultad de Ciencias Puras en la Universidad Mayor de San Andrés. Actualmente se desempeña en el sector de seguros de Bolivia. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9658-6813>

test estadísticos clásicos, así como aquellos específicamente diseñados para probar características caóticas, tales como el análisis fractal y el de presencia de atractores. Los resultados muestran que la siniestralidad en Bolivia, en el período de estudio, cumple las condiciones necesarias y suficientes para afirmar que provienen de un orden caótico con un único atractor.

**Palabras Clave:**

Atractores, Aleatoriedad, Sistemas Dinámicos no lineales, Siniestralidad Directa.

**Abstract**

The purpose of this research is to determine if the Insurance Claims in Bolivia is characterized as a random series par excellence (as the classical theory establishes), or if such characteristics correspond to processes explained mainly by Chaos Theory. For this, various classical statistical tests have been used, as well as those specifically designed to test chaotic characteristics such as fractal analysis and the presence of attractors. According to the results, it shows that the Insurance Claims in Bolivia, in the study period, meets the necessary and sufficient conditions to affirm that they come from a chaotic order with a single attractor.

**Key words:**

Attractors, Randomness, Nonlinear Dynamic Systems, Direct Claims.

---

**Introducción**

A medida que la humanidad avanza en el conocimiento científico, los nuevos descubrimientos permiten dilucidar incógnitas que fueron objeto de especulaciones, conjeturas y hasta falacias imaginativas. Lo que la humanidad desconocía muchas veces fue atribuido a la magia, el encantamiento, o lo esotérico, no obstante; la comprensión de los fenómenos a través del método científico permitió en cada caso abandonar las especulaciones infundadas, para asentar sólidas bases que explican los fenómenos físicos, químicos, económicos y sociales.

En este sentido, la teoría del Caos ha permitido avanzar en la frontera de

las variables cuya trayectoria es imposible de predecir. La imposibilidad llamada aleatoriedad que presentaba saltos y discontinuidades por primera vez empezó a tener sentido en los años 60's, cuando Edward Lorenz intentara diseñar un modelo que posibilitara predecir fenómenos atmosféricos, encontrándose súbitamente con el fenómeno del Caos. Aunque hasta tal fecha el conocimiento de los sistemas dinámicos lineales había avanzado, sobre todo por la aparición de ordenadores, nunca se había pensado que los fenómenos aleatorios pudieran ser diferenciados entre sí, para clasificar algunos de ellos como "caóticos". Pero no como algo totalmente desconocido, sino sólo como una de las alternativas que presentan los sistemas "dinámicos no lineales" (Beker, 2003).

Aún más, este descubrimiento tan trascendental para la humanidad fue de tal relevancia, que incluso permitió rebatir el principio de "Natura non facit saltus" tan citado por filósofos como Aristóteles y Dexipo, economistas brillantes como Alfred Marshall, científicos y naturistas como Carl von Liné y verdaderos genios de la física como Newton y Leibniz. En efecto, la naturaleza si da saltos y más a menudo de los que tan renombrados autores lo pensaban (Del Carril, 2018; Jordan, 1956).

En la presente investigación se pretende contrastar la siguiente pregunta: Las series de siniestralidad en Bolivia ¿representan la tradicional serie aleatoria por excelencia o más bien presentan características Caóticas con la presencia de atractores, orbitas densas, trayectorias de base óptima y transitividad topológica?

### **Metodología**

De acuerdo a diferentes estudios de relevancia científica (Gil, 2013; Battle y Grébol, 2008-2009) referidos a la Teoría del Caos, el análisis efectuado se divide en pruebas "necesarias" tanto como "suficientes" para probar o descartar el *Comportamiento Caótico* de una serie de tiempo. Esto determinaría un tipo de diseño no experimental transversal (Hernández et al., 2014), debido que únicamente los datos son utilizados para el análisis y no así para su manipulación directa, los cuales son recopilados de una tem-

poralidad considerablemente representativa. En este sentido se presentan a continuación el Análisis realizado en cada caso:

***Análisis estadístico:*** (*Condición Necesaria*) El cual tiene por objeto aceptar o rechazar la hipótesis de una serie distribuida normalmente (Gaussiana). La estadística inferencial de “prueba de hipótesis” permiten utilizar variedad de pruebas de Normalidad, en el presente caso, se utilizaron los tests: Jarque-Bera (Cromwell et al., 1994), Anderson-Darling (Stephens, 1986), Shapiro Wilk y Kolmogorov-Smirnov (Dallal y Wilkinson, 1986). Todas estas pruebas cuentan con un valor crítico probabilístico que permite aceptar o rechazar la hipótesis de normalidad. Se utilizó para el efecto Software R-Studio, con los paquetes: “tseries” v. 0.10-49 (Trapletti et. al, 2022) debido que cuenta con la prueba de bondad de Jarque-Bera; y el paquete “nortest” v. 1.0-4 (Gross y Ligges, 2015), disponiendo de las pruebas de Anderson-Darling, Shapiro Wilk y Kolmogorov-Smirnov, las cuales permitieron lograr robustecer las conclusiones para las pruebas de normalidad.

***Análisis fractal:*** (*Condición Necesaria*) Para iniciar la detección del caos, se recurrió al análisis fractal, vía estimación del exponente de Hurst (H), el cual se encuentra dentro del rango [0-1], cuya interpretación dependería según su valor (Pilar, 1996; Battle y Grèbol, 2008-2009):

- Si  $H < .50$  demuestra anti-persistencia o anti-correlacionalidad, en otras palabras, dado que el comportamiento siempre tiende a regresar al lugar de procedencia demostrando independencia y la no existencia de memoria.
- Si  $H = .50$  demuestra aleatoriedad e independencia. Este es el resultado esperado para una serie aleatoria por excelencia; es decir “no caótica”.
- Si  $H > .50$  demuestra persistencia, lo cual se caracterizaría por contar con memoria de largo plazo, repitiendo comportamientos asignados por una probabilidad de H.

Este es el resultado esperado para estudiar la serie desde perspecti-

vas caóticas, dado que, por definición, los atractores decretan una convolución hacia sí mismos, en aquellos comportamientos que evolucionan en el tiempo.

El exponente de Hurst comprueba si el movimiento en la serie es de forma browniana aleatoria o, por el contrario, es de forma browniana fraccional, siendo este último atributo un indicativo de un posible comportamiento caótico ya que cuenta con la “autosimilaridad”, una de las propiedades más importantes de los sistemas fractales.

De la misma forma que el anterior análisis estadístico, se estimó de acuerdo a varias técnicas y métodos para validar el resultado: El método del rango rescaldo (R/S), por el método de Whittle, la estimación vía la regresión espectral, y la estimación por el dominio del tiempo.

El análisis fractal se realizó mediante el Software R-Studio con el paquete “fractal” v. 2.0-4 (Constantine y Percival, 2017) el cual dispone de las diferentes metodologías para la estimación del exponente de Hurst, tales como el método del rango rescaldo (Pilar, 1996), el método de Whittle (Taquq y Teverovsky, 1998), la estimación vía la regresión espectral (Robinson, 1994), y la estimación por el dominio del tiempo (Higuchi, 1998).

***Análisis del caos vía el estudio de atractores:*** (Condición Suficiente) Finalmente, se abordó el estudio del caos mediante el análisis de las propiedades del principal componente del caos: atractores caóticos. Para dicho cometido se determinó la existencia o inexistencia de un atractor. Al encontrarse evidencia de atractores, se procedió a determinar si el mismo es caótico. La metodología y algoritmos que se ejecutaron son los propuestos por Gil (2013) de acuerdo a los siguientes nombres: *Programa diseñado para la elección de la dimensión de inmersión, programa diseñado para la elección del retardo, programa diseñado para testear la contractividad, programa diseñado para testear la presencia de órbitas densas, programa diseñado para testear la transitividad topológica y programa diseñado para testear la sensibilidad a las condiciones iniciales*; bajo los paquetes y versiones descritas ejecutadas en R Studio.

Para este análisis debe tomarse en cuenta las siguientes consideraciones:

1. Se reconstruyó el espacio de estados desde las observaciones para lograr estudiar a los atractores. Esto mediante la determinación de la dimensión de inmersión y el retardo óptimo con las cuales se realizó el confinamiento de la serie. Para ello se utiliza el teorema de la inmersión, el cual tiene el objetivo de determinar el vector del espacio de inmersión descrito en la Ecuación 1.

$$\mathcal{X}_i = (\mathcal{X}_{i-(m-1)\tau}, \mathcal{X}_{i-(m-2)\tau}, \dots, \mathcal{X}_i), \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

Donde el número total de elementos  $m$  coincide con la dimensión de inmersión y  $t$  coincide con el tiempo de retardo.

2. Posteriormente, se realizó un análisis espectral singular, de esta forma las trayectorias están expresadas en base óptima. Ello permitió definir si la serie puede trabajarse en un espacio métrico compacto y acotado.
3. Una vez determinado que el espacio es compacto, se analizó si su función de cambio de estado es continua, lo cual establece la biyección y en consecuencia el homeomorfismo entre el espacio de estados y el espacio de inmersión, para lograr determinar la existencia de un único atractor o más de uno, dependiendo del cumplimiento o no de la propiedad de la contractividad. Esta propiedad se estudió mediante el coeficiente de Lipschitz, el cual, se analiza dentro un espacio métrico  $(X)$  donde  $(d)$  es una función (distancia) aplicada en sí mismo, es decir,  $d: X \rightarrow X$  de manera que la constante de Lipschitz  $(c)$  se encuentre entre  $0 < c < 1$  para cumplir con la Ecuación 2 (Agarwal et al., 2004; Guccione y Guccione, 2017).

$$d(F(x), F(y)) \leq c \cdot d(x, y) \quad \forall x, y \in X \quad (2)$$

Donde "c" es la constante de Lipschitz,  $F(x)$  y  $F(y)$  son las imágenes respectivamente de los valores de "x" e "y" que toma la serie temporal.

4. En cuanto a las propiedades de las órbitas densas y transitividad topológica se analizó la evolución de la serie dentro el atractor

y su presencia en el tiempo. Las órbitas densas refieren que, bajo la acción del flujo, la órbita se mueva de una vecindad arbitraria a otra, donde tiende a “llenar” el conjunto del espacio de sus trayectorias. En cuanto a la transitividad topológica, esta describe que un sistema no podrá descomponerse en dos sistemas independientes entre sí, lo cual, conjuntamente con las órbitas, completan el espacio de su atractor caótico siendo un solo sistema dinámico.

5. Ya comprobada la existencia de atractor, se determinó si este es caótico a través del cumplimiento de la propiedad de la sensibilidad a las condiciones iniciales, la cual refiere que al tener un flujo  $F: M \rightarrow M$  tiene dependencia a las condiciones iniciales si,  $\forall x \in X$ , se cumple:

$$\forall \varepsilon > 0 \wedge \delta x_0 \rightarrow 0 \Rightarrow \exists k \in \mathbb{N}, k \neq \infty: \|f^k(x_0 + \delta x_0) - f^k(x_0)\| > \varepsilon \quad (3)$$

Esto explica, que al escoger un punto cualquiera cercano a  $x \in M$ , llegará un momento que, por la evolución del sistema, se terminarán separando.

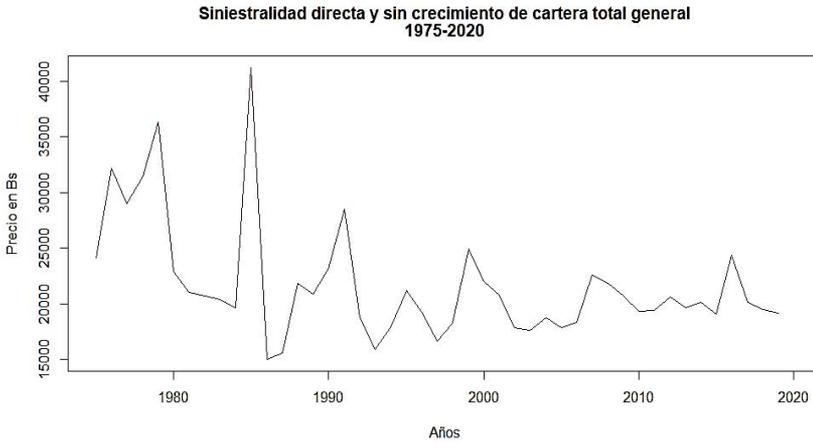
### **Tratamiento de los Datos:**

A continuación, se presentan la recopilación de datos anuales de la serie de “Siniestros Directos Netos de Anulaciones” correspondientes a la totalidad de riesgos asegurados por el mercado Asegurador Boliviano 1975-2020 (incluye Seguros de Daños, Patrimoniales y de Personas) reales y sin crecimiento de cartera. El tratamiento de exclusión del efecto inflación y crecimiento de cartera fue realizado de acuerdo a la metodología descrita por Latorre Llorens (1.992, pp. 32 y siguientes).

De esta forma, con la serie presentada en el gráfico 1, se trabajó en todos los análisis correspondientes para evaluar la hipótesis de normalidad, y características caóticas que pueda llegar a poseer. El manejo de los datos se realizó en el software R-Studio bajo los paquetes correspondientes descritos en cada caso.

## Gráfico 1

*Siniestralidad anual directa, real y sin crecimiento de cartera en Bolivia 1975 a 2020.*



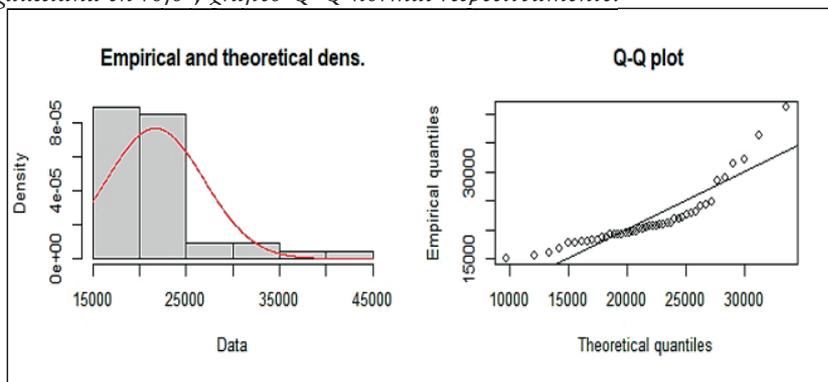
Fuente: Elaboración propia en base a estadísticas del órgano supervisor.

## Hallazgos Empíricos:

**Análisis estadístico:** El análisis estadístico evaluó la hipótesis de normalidad de la serie. El gráfico 2, presenta un histograma de las variaciones de la serie comparada con una curva normal que trata de acomodarse a la distribución Gaussiana. En cuanto al gráfico Q-Q también trata de acomodarse una recta que representaría la normalidad, pues el éxito de esta normalidad se determinará con los diferentes test seleccionados para validar o rechazar esta normalidad.

## Gráfico 2

*Histograma de las variaciones de la serie, sobrepuesta por una curva normal gaussiana en rojo y gráfico Q-Q normal respectivamente.*



Fuente: Elaboración propia en base a análisis de la serie temporal.

De acuerdo a las diferentes pruebas de normalidad se determinaron los siguientes resultados: Jarque-Bera [ $X^2=52.634$ ; p-valor =  $3.721 \cdot 10^{-12}$ ] es decir, dado que el p-valor  $< .05$  y  $5.991 < 52.634$  nos llevaría a rechazar la hipótesis de normalidad. De acuerdo a la prueba de Anderson-Darling [ $A = 2.986$ ; p-valor =  $1.258 \cdot 10^{-7}$ ] dado que el p-valor  $< .05$  los datos no siguen ninguna distribución específica a un nivel de significancia de  $.05$ . Shapiro-Wilk [ $W = .8024$ ; p-valor =  $2.698 \cdot 10^{-6}$ ] dado que el p-valor  $< .05$  los datos no siguen una distribución normal. Kolmogorov-Smirnov [ $D = .2104$ ; p-valor =  $2.998 \cdot 10^{-5}$ ] dado que el p-valor  $< .05$  los datos no siguen una distribución normal.

De esta manera las pruebas detalladas precedentemente convergen en rechazar la hipótesis de normalidad e incluso según la prueba Anderson-Darling afirma que la serie no sigue ninguna distribución específica.

Por tanto, el rechazo de la hipótesis de la normalidad (condición necesaria), abre la posibilidad de estudiar otra forma de orden, de hecho, abre la puerta de abordarlo desde un precepto caótico.

**Análisis fractal:** La estimación del exponente de Hurst ( $\hat{H}$ ) mediante el análisis de rango reescalado (R/S) determinó [ $\hat{H} = .746495$ ]. De acuerdo al método de White se determinó [ $\hat{H} = .786318$ ]. Una vez estimado vía regresión espectral determina [ $\hat{H} = .839033$ ]. Estimado por el dominio de tiempo de acuerdo al método Higuchi [ $\hat{H} = .990449$ ], y por el método Aggvar [ $\hat{H} = .832171$ ].

Todas las estimaciones anteriores del exponente de Hurst, por los diferentes métodos utilizados, son convergentes, es decir; dado que demuestran  $H > .50$  se puede afirmar la existencia de persistencia y memoria a largo plazo, lo que refiere que su comportamiento en el futuro tenderá a repetir ciertas tendencias del pasado.

Adicionalmente, se concluye que dados los resultados anteriores y las observaciones empíricas que se manejan, convendría utilizarlas para realizar un estudio desde una perspectiva caótica (dada su característica de persistencia), cuyo pertinente análisis se presenta a continuación.

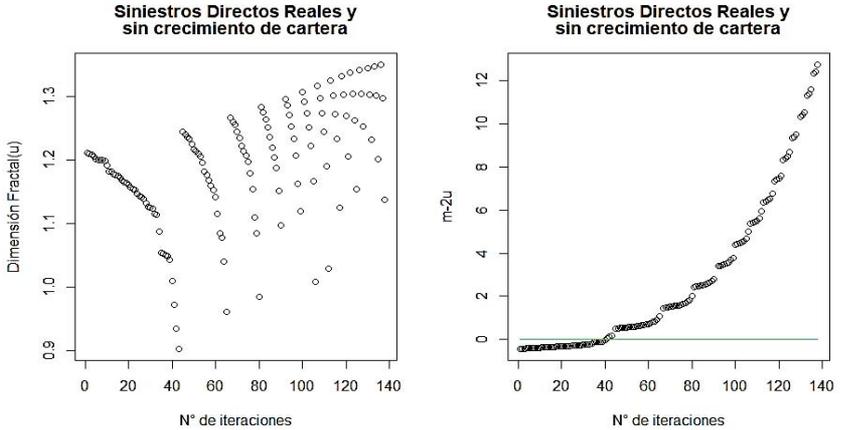
#### ***Análisis del caos vía el estudio de atractores:***

Como primer paso para estudiar las propiedades de atractores dentro la serie, debe reconstruirse el espacio de estados para estudiar su estructura multidimensional. De acuerdo a la metodología planteada se utilizó la técnica del teorema de inmersión. Esto mediante la elección de la dimensión de inmersión y el retardo óptimo correspondientes a las observaciones.

De acuerdo al gráfico 3, se trata de determinar la dimensión fractal ( $u$ ) para lograr con la diferencia  $m-2u$ , y visualizar en esta función, en qué iteración sobrepasa el eje X. En la figura derecha el valor cero del eje se representa por una línea constante del grafico de la derecha, observándose que en la iteración 40, la diferencia  $m-2u$  toma un valor mayor a cero. Esto sugiere, que como mínimo, debe de trabajarse la reconstrucción del espacio de estados con 5 coordenadas.

### Gráfico 3

*Cálculo de la dimensión Fractal ( $u$ ) y la diferencia  $m-2u$ , para cada dimensión de inmersión ( $m$ ) y retardo considerado, respectivamente.*



Fuente: Elaboración propia mediante el “Programa diseñado para la elección de la dimensión de inmersión” (Gil, 2013)

El resultado obtenido, considerando la cantidad de datos observados, sugiere trabajar en un campo *Penta dimensional*, lo que refiere determinar el espacio de estados compuestos con vectores de 5 componentes cada uno.

Al respecto, Gil (2013) recomienda el manejo de los datos en un espacio de 3 coordenadas para efectos prácticos, ya que las distorsiones que se darían por trabajar un espacio *tridimensional*, se subsanarán eligiendo un retardo apropiado para dicha dimensión de inmersión. En cuanto a la elección del retardo óptimo, este debe cumplir que el estado del sistema no dependa del momento anterior sino de la función de valoración.

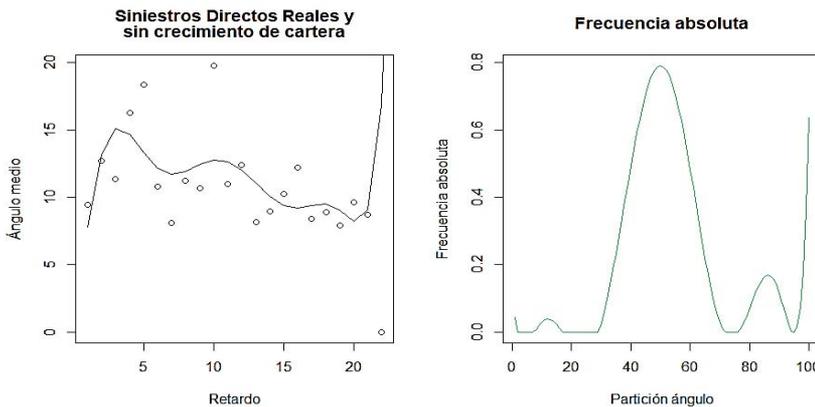
En el gráfico 4 se muestra que para los retardos considerados desde 1 hasta 24 (limitado por los datos observados), se calcula un polinomio ajustado al ángulo medio que se forma del origen a todos los demás. Para una mejor representación, se grafica el polinomio ajustado a la frecuencia absoluta por centiles a su lado.

De esta forma el retardo óptimo se elegirá para aquel que establezca el ángulo medio y que presente mayor concentración de puntos. Este retardo se halló a partir del máximo global del polinomio ajustado a la frecuencia absoluta.

Como se observa (gráfico 4), la mayor concentración de puntos y la estabilización del ángulo medio se hallan en los retardos idóneos “11” y “6”, de los cuales, el que corresponde al máximo global de la frecuencia absoluta se encuentra en el percentil determinado entre 40 y 60. Esto llevó a determinar que el retardo óptimo para trabajar posee el valor de 11.

#### Gráfico 4

*Polinomio ajustado al ángulo medio para cada retardo considerado desde 1 hasta 24, y Polinomio ajustado a la frecuencia absoluta, para cada centil, respectivamente.*



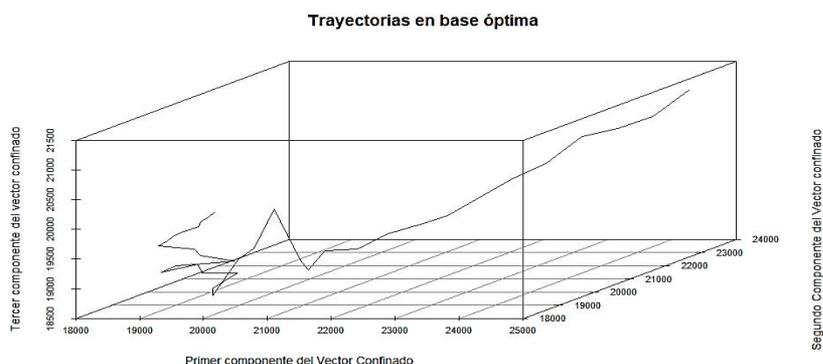
Fuente: Elaboración propia en el “programa diseñado para la elección del retardo” (Gil, 2013)

Ahora bien, en cuanto al análisis espectral singular, se expresó las trayectorias en base óptima, “*que es aquella que minimiza su proyección sobre los ejes y que además hace independientes las columnas de la matriz de trayectorias, formada por los confinamientos en filas*” (Gil 2013, p. 133).

Considerando el espacio de inmersión y el retardo óptimo encontrado, se procede a calcular las trayectorias en su base óptima. En la primera coordenada se encuentra el primer componente del vector confinado; la segunda es el segundo componente del vector confinado y finalmente el tercero es el tercer valor de vector confinado en la nueva base.

### Gráfico 5

*Trayectorias expresadas en su base óptima.*



Fuente: Elaboración propia en base al “programa diseñado para testear la contractividad” (Gil, 2013)

Como se presenta en el gráfico 5, las trayectorias de la serie expresadas en la nueva base, se comportan de tal manera que llegan a un punto en el cual la serie empieza a confluir solamente dentro de un cierto espacio de estados. Esto debe de determinarse si es causado por el atractor.

Como se puede observar, se puede albergar el conjunto de estados en un conjunto cerrado (haciendo que la frontera pertenezca al conjunto) y acotado (ya que disponemos de un número finito de elementos y porque se pueden cerrar en una esfera de centro al origen y radio finito). Es decir, podemos confinar los datos dentro este espacio, ya que las trayectorias de los datos observados evolucionan dentro de este, por lo tanto, las trayectorias se encuentran dentro de un espacio métrico completo.

Ya definido que se trabaja en un espacio compacto y acotado, además, la función de transición es continua<sup>3</sup> y nos encontramos bajo un espacio en  $\mathbb{R}^3$  (que también es un espacio métrico completo), por tanto se considera que el atractor existe. De esta forma, para probar que existe uno y solo uno, debe de estudiarse si la serie es contractiva.

La contractividad, fue estudiada mediante el coeficiente de Lipschitz ( $c$ ), según el despeje de dicha constante de la Ecuación 2, ahora expresada en la Ecuación 4:

$$\frac{d(F(x),F(y))}{d(x,y)} \leq c \quad \forall x, y \in X \quad (4)$$

El cual, de acuerdo al algoritmo para testear la contractividad, se estimó el coeficiente mediante simulaciones de Montecarlo corroborando si cumple con la propiedad:  $0 < \bar{c} < 1$ . El resultado se presenta en las dos gráficas siguientes, la primera representa cada  $\bar{c}$  obtenida en su respectiva simulación hasta que converja en sentido de Cauchy, la segunda presenta una función de densidad normalizada de cada  $\bar{c}$  obtenida.

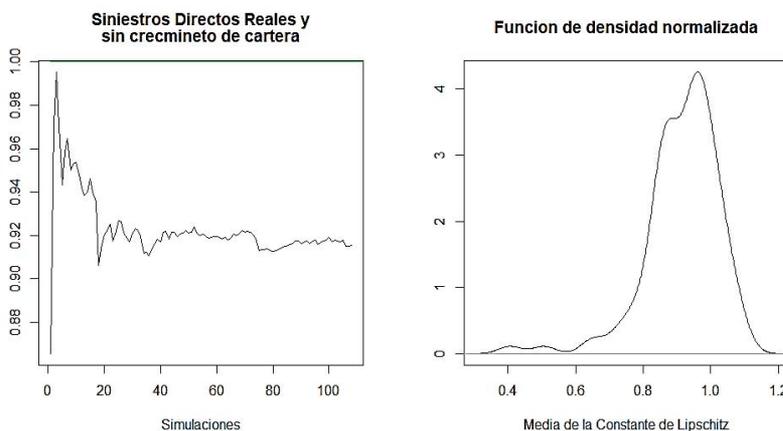
De acuerdo al gráfico 6, a partir de la simulación 108,  $\bar{c}$  logra la convergencia en sentido de Cauchy, lo cual determinaría que a partir de esta simulación solo variará un  $\epsilon$  dado,  $\epsilon = 1 \cdot 10^{-4}$ . Así, la media de estas simulaciones tomó el valor de  $\hat{c} = .9154$  el cual cumple  $0 < \hat{c} < 1$ , lo que determina la existencia de **un único atractor**.

---

<sup>3</sup> La función de cambio de estado es continua, debido a que provienen de datos que se registran de manera continua, pese a tomarse muestras en diferentes temporalidades. Como los datos observados pueden registrarse de manera continua, entonces la función de transición también es continua.

### Gráfico 6

*Estimación del coeficiente de Lipschitz en 108 simulaciones de Montecarlo hasta converger en sentido de Cauchy, y la Función de densidad normalizada de este coeficiente, respectivamente.*



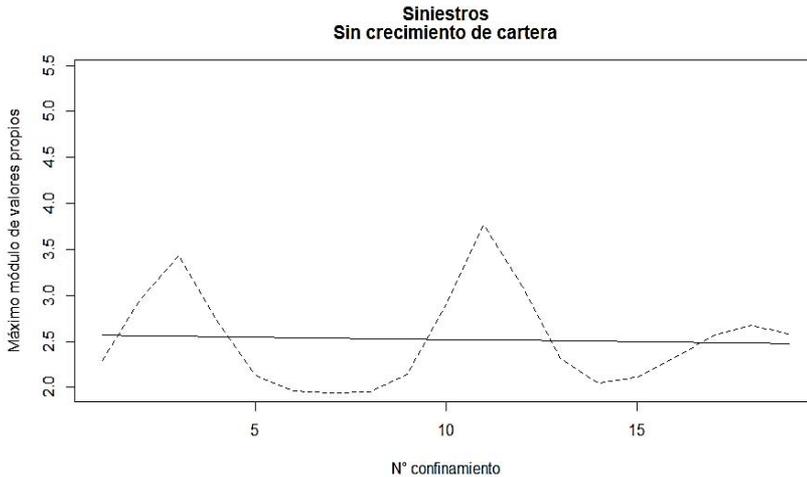
Fuente: Elaboración propia en base en el “programa diseñado para testear la contractividad” (Gil, 2013)

Cabe aclarar que tanto las pruebas de órbitas densas y transitividad topológica, requieren una amplitud mayor de observaciones para poder concluir contundentemente cómo afecta este atractor a las series, las cuales, a la vez podrían corroborar las temporalidades que son afectadas. Por tanto, solo queda por demostrar la propiedad de la sensibilidad a las condiciones iniciales.

Ya comprobada la existencia de un único atractor en la serie, la sensibilidad a las condiciones iniciales tiene la cualidad de poder calificar a un atractor como caótico o no, debido que, a largo plazo tienden a separarse puntos muy cercanos escogido de un inicio.

### Gráfico 7

*Módulos máximos de los valores propios ajustados de la matriz de transición y su alisado.*



Fuente: Elaboración propia en base a “programa diseñado para testear la sensibilidad a las condiciones iniciales” (Gil, 2013)

El gráfico 7 presenta el polinomio de los módulos máximos de los valores propios ajustados de la matriz de transición (línea de pendiente negativa). Por su parte el polinomio (curva oscilante) representa el mismo concepto tras el alisado (es decir tratar de eliminar el ruido). Para su interpretación se revisa el polinomio el cual, a través de los confinamientos, siempre supera al valor de 1. Esto demostraría que su trayectoria es caótica debido que siempre posee sensibilidad a las condiciones iniciales, incluso en las matrices de transición más antiguas, es decir, en sus primeros niveles de confinamiento. De esta manera se comprobó que *el único atractor existente de la serie, es caótico*.

### Discusión

La presente investigación tuvo como objeto testear la hipótesis clásica de Aleatoriedad de las series temporales de siniestralidad. Asimismo, se esbozó

una hipótesis alterna de “Series Caóticas” dados los adelantos metodológicos a la fecha desarrollados por la ciencia. A la luz de los resultados se puede afirmar que la serie de siniestralidad directa exenta de inflación y crecimiento de cartera en Bolivia (1975-2020) es de carácter Caótica y no así Aleatoria.

Estos resultados, más allá de la simple disyuntiva “Aleatoriedad Vs. Caos”, poseen implicaciones importantes a la luz de los avances científicos en la materia, toda vez que una serie caótica por más impredecible que pudiese ser, tenderá eventualmente hacia atractores que, de existir y poder ser caracterizados, permitirían en un futuro su posible predicción.

Es necesario acotar que cuando un fenómeno complejo se pretende esquematizarlo bajo un margen simplista, este queda relegado a conceptos puramente aleatorios e indescritibles, donde queda interiorizado que la realidad se describe bajo conceptos estrictamente inaccesibles a nuestro entendimiento. No obstante, el estudio de un fenómeno bajo las estructuras del Caos no comete el mismo error, sino más bien toma de la mano a la complejidad y trata de abordarla bajo todo término, sin recurrir a variables exógenas; lo cual es uno de los puntos más benignos de dicha teoría.

Conviene anotar que una de las restricciones más importantes de los test realizados, radica en el tamaño de la muestra. Aunque se han tomado 45 años disponibles de observaciones anuales de la siniestralidad directa en Bolivia, normalmente las pruebas de órbitas densas y transitividad topológica, presentan mejores resultados en presencia de muestras más grandes.

Una posible alternativa a tal restricción radica en la posibilidad de trabajar con una base de datos mayor, correspondiente a países que tengan disponible la información y así corroborar los resultados obtenidos para Bolivia.

### **Conclusiones**

De acuerdo a la investigación realizada, en primer término, se constató que la serie de los Siniestros Directos Netos de Anulaciones, reales y sin crecimiento de cartera de Bolivia (1975-2020), no siguen una distribu-

ción Gaussiana según lo atestiguan los test de Jarque-Bera, Shapiro-Wilk y Kolmogorov-Smirnov. Aún más, según la prueba de Anderson-Darling, se demostró que no siguen ninguna distribución específica conocida. Por otra parte, el exponente de Hurst estimado mediante las diferentes metodologías desarrolladas, muestra la existencia de persistencia en la serie estudiada, lo cual indica que existe en cierto grado una memoria en su evolución (repetición de comportamientos del pasado).

Las dos condiciones precedentemente enunciadas, determinan condiciones “*necesarias*” a cumplir antes de estudiar la serie de siniestralidad a través de otro orden, es decir la hipótesis de caoticidad de los datos. Esta hipótesis fue testada a partir de los “*atractores caóticos*”, los cuales completan las condiciones “*suficientes*” para la docimasia de la hipótesis planteada.

En este último estudio (atractores caóticos), se procedió con la construcción del espacio de estados por el “*teorema de inmersión*”, cuyos resultados determinan estudiarlo en un espacio dimensional de 3, con un retardo óptimo cuyo valor es de 11. Ello permitió realizar el análisis *espectral singular*, lo cual, una vez expresadas sus trayectorias en base óptima, se concluyó que se trabaja en un espacio métrico “compacto” y “acotado”, lo que a la vez es “completo”.

Además, se pudo comprobar que la función de transición es continua, condición caracterizada para establecer la biyección entre el espacio de estados y el espacio de inmersión; determinaciones previas para analizar la contractividad en la serie. Dicha contractividad fue validada, lo que refiere a la existencia de un **único atractor** que a la vez es **caótico** debido que la serie es sensible a las condiciones iniciales.

En síntesis, el resultado de la investigación realizada establece, bajo evidencia empírica, que la Siniestralidad en Bolivia cumple las condiciones *necesarias* y *suficientes* para afirmar que provienen de un orden caótico, es decir, su fuente generatriz se aleja de la “aleatoriedad” y se acerca más a la “Teoría del Caos”.

Los resultados de la presente investigación abren una nueva frontera de posibilidades (en la medida que la ciencia avance) para su predicción fu-

tura en términos complejos pero posibles de entender. Ello a través de su recurrencia a un único atractor caótico (como se pudo evidenciar), comprobada su existencia en el “*sistema original*”, mediante la biyección establecida por la función de transición, que en consecuencia determina el homeomorfismo dado entre el espacio de estados (el sistema no observado en su totalidad) y el espacio de inmersión (trayectorias expresadas en base óptima).

### Referencias

- Agarwal, R., O’Regan, D., y Meehan, M. (2004). *Fixed Point Theory and Applications (Cambridge Tracts in Mathematics)*. Cambridge: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511543005>
- Battle, A., y Grèbol, S. (2008-2009). *Fractales en los mercados financieros*. [Tesina de maestría, Barcelona School of management]. <https://www.bsm.upf.edu/documents/Tesina-Fractales-en-los-mercados-financieros.pdf>
- Beker, V. (2003). *La teoría del caos: una explicación simple de un fenómeno complejo*. [https://www.researchgate.net/publication/305456841\\_LA\\_TEORIA\\_DEL\\_CAOS\\_UNA\\_EXPLICACION\\_SIMPLE\\_DE\\_UN\\_FENOMENO\\_COMPLEJO](https://www.researchgate.net/publication/305456841_LA_TEORIA_DEL_CAOS_UNA_EXPLICACION_SIMPLE_DE_UN_FENOMENO_COMPLEJO)
- Constantine, W., y Percival, D. (2017). *Fractal: A Fractal Time Series Modeling and Analysis Package*. (Version 2.0-4). <https://CRAN.R-project.org/package=fractal>
- Cromwell, J. B., Labys, W. C., y Terraza, M. (1994). *Univariate Tests for Time Series Models*. Sage Publications.
- Dallal, G. E., y Wilkinson, L. (1986). An Analytic Approximation to the Distribution of Lilliefors’s Test Statistic for Normality. *The American Statistician*, (40), 294-296. <https://doi.org/10.2307/2684607>
- Del Carril, I. (2018). *La física cuántica y el diálogo con la religión*. <http://dx.doi.org/10.12775/SetF.2018.001>
- Gil, M. D. (2013). *Análisis del caos en series financieras vía el estudio de atractores*. [Tesis doctoral, Universitat de Barcelona]. <https://www.tesisenred.net/handle/10803/316976>

- Gross, J., y Ligges, U. (2015). *Nortest: Tests for Normality*. (Version 1.0-4). <https://CRAN.R-project.org/package=nortest>
- Guccione, J. A., y Guccione, J. J. (2017). *Espacios métricos*. [http://cms.dm.tuba.ar/academico/materias/2docuat2018/calculo\\_avanzado/2017/apunte.pdf](http://cms.dm.tuba.ar/academico/materias/2docuat2018/calculo_avanzado/2017/apunte.pdf)
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2013). *Metodología de la investigación*. McGRAW-HILL.
- Higuchi, T. (1998). Approach to an irregular time series on the basis of the fractal theory. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, (31), 277-283. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(88\)90081-4](https://doi.org/10.1016/0167-2789(88)90081-4)
- Jordan, P. (1956). *Atom und Weltall: Einführung in den Gedankeninhalt der modernen Physik*. Braunschweig, Vieweg & Sohn.
- Latorre-Llorens, L. (1992). *Teoría del Riesgo y sus Aplicaciones a la Empresa Aseguradora*. Mapfre.
- Pilar, C. (1996). *Economía dinámica caótica: Una aplicación al mercado de capitales Español*. [Tesis Doctoral, Universidad Computense de Madrid]. <https://eprints.ucm.es/id/eprint/3538/1/T21013.pdf>
- Robinson, P. M. (1994). Semiparametric analysis of long-memory time series. *Annals of Statistics*, (22), 515–539. <https://doi.org/10.1214/aos/1176325382>
- Stephens, M. A. (1986). *Tests based on EDF statistics*. Marcel Dekker.
- Taqqu, M., y Teverovsky, V. (1998). *On Estimating the Intensity of Long-Range Dependence in Finite and Infinite Time Series*. En R. Feldman, R. Adler y M. Taqqu (Ed.), *A Practical Guide To Heavy Tails: Statistical Techniques and Applications* (pp. 177-217). Birkhauser.
- Trapletti, A., Hornik, K., y LeBaron, B. (2022). *Tseries: Time Series Analysis and Computational Finance*. (Version 0.10-49). <https://CRAN.R-project.org/package=tseries>

