

## CÁLCULO DE LA CAPACIDAD ELÉCTRICA POR UNIDAD DE LONGITUD CON FINES DE ENSAYOS NO DESTRUCTIVOS

## ELECTRICAL CAPACITY PER UNIT LENGTH CALCULATION FOR NONDESTRUCTIVE TESTING PURPOSES

ROLANDO SUNTURA<sup>a†</sup>

Planetario Max Schreier, Universidad Mayor de San Andrés, La Paz, Bolivia

(Recibido 11 de junio de 2023; aceptado 6 de diciembre de 2023)

<https://doi.org/10.53287/wipk4270fg54y>

### RESUMEN

Mediante simulaciones numéricas se calcula la capacidad eléctrica por unidad de longitud en sistemas que representan columnas de concreto con hormigón armado. Se han elaborado tablas de datos de la capacidad por unidad de longitud y por unidad de permitividad eléctrica para los tipos de columnas de concreto de  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  y  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$  elegidos para las simulaciones. Los resultados están de acuerdo con las normas estructurales *ACI* y *NB1225001* que rigen actualmente en Bolivia. Los intervalos de tiempo de cómputo son de alrededor de seis a once horas de simulación. De esta manera, las tablas obtenidas pueden ser usadas con fines comparativos en estructuras similares a las de los diseños particulares estudiados en este trabajo, donde se utiliza el método de continuación analítica con órdenes de magnitud del error de truncación numérico de  $10^{-5}\%$ .

*Palabras clave:* Capacidad eléctrica – Simulaciones numéricas – Ensayos no-destructivos.

### ABSTRACT

The electrical capacity per unit length was calculated in systems representing reinforced concrete columns using numerical simulations. Data tables were constructed for the capacity per unit length and per unit electrical permittivity for different column types:  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  and  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ , chosen for the simulations. The results are in accordance with the *ACI* and *NB1225001* structural standards currently in force in Bolivia. The tables obtained can be applied for comparative purposes in structures similar to those of the particular designs studied in this work, where the analytical continuation method is used with numerical truncation error orders of magnitude of  $10^{-5}\%$ .

*Subject headings:* Electrical capacity – Numerical simulations – Nondestructive test methods.

### 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad muchas de las construcciones, tanto del área urbana como rural, están constituidas principalmente por estructuras hechas de hormigón, formado por materiales como acero, arena, cemento, PCV y madera (Lovera 2006). Debido a efectos inevitables, los hormigones sufren un deterioro con el pasar del tiempo, lo que conlleva a reducir su vida útil. Es por esta razón, que adquiere una gran importancia la evaluación de estas estructuras, analizando los desgastes que sufren, sus cambios y la distribución de los materiales para una inspección más profunda (Trujillo Triviño 2013). Existen muchas técnicas no destructivas para el monitoreo del comportamiento y consistencia en estas estructuras, algunas son limitadas y otras proporcionan una gran cantidad de

información útil (Yun 2007).

Algunas de las técnicas para analizar la calidad de recubrimiento de las estructuras del hormigón y la distribución de sus materiales proporcionan datos de la resistividad, el módulo de Young, el coeficiente de expansión térmica y la capacidad eléctrica del material (No 2002). Sin embargo, ninguna de estas técnicas proporciona información de la capacidad eléctrica por unidad de longitud, motivo por el cual, el presente trabajo se enfoca en proporcionar tablas de datos que permitan identificar la posición o ausencia de un determinado material, dada esta magnitud (Davis et al. 1998).

### 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tomando en cuenta todo lo mencionado, el trabajo consiste en una aplicación de simulaciones numéricas a columnas de concreto, para establecer la correspondencia entre los valores calculados de la capaci-

<sup>a</sup><https://orcid.org/0009-0002-9433-1208>

<sup>†</sup>Email: rsunturaq@fcpn.edu.bo.

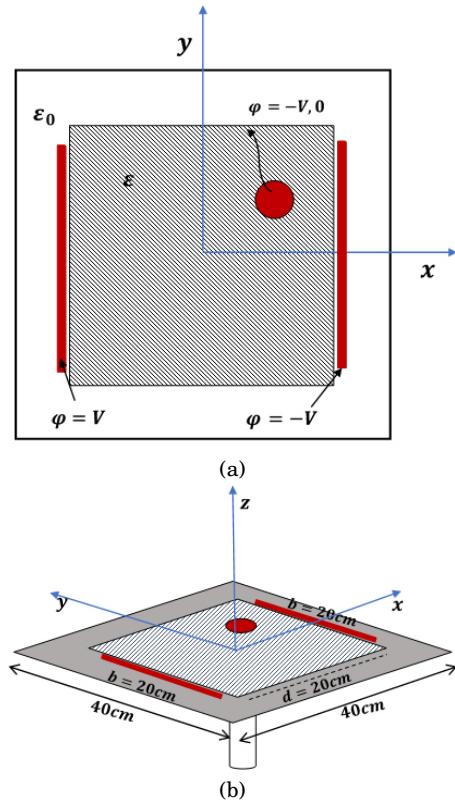


Fig. 1.— (a) Esquema de una sección transversal para una columna con barra conductora cilíndrica (en color rojo), dentro de un medio de permitividad  $\epsilon$  y con potencial variable entre  $-V$  o  $0$ . Las placas conductoras se representan también en color rojo y están apoyadas sobre caras opuestas de la columna con potenciales  $V$  y  $-V$ . (b) Sección rectangular de lados  $b$  y  $d$ , este último representa la distancia de separación entre las placas. El área de integración es un cuadrado de lado  $40\text{cm}$ .

dad eléctrica por unidad de longitud y la distribución y forma de los conductores en el sistema. Gráficos y tablas de datos son generados con la finalidad de que los técnicos de inspección tengan a disposición una técnica de ensayos no destructivos consistente en determinar la capacidad por unidad de longitud del sistema en forma empírica y, comparando con la información disponible, puedan inferir el estado de la estructura estudiada. De manera general, los ensayos no destructivos fueron estudiados con distintas técnicas de monitoreo, algunas de ellas en el infrarrojo y otras con ultrasonido (Pérez Gracia 2001, Casali et al. 2007), sin embargo, pocos de ellos reportan técnicas de cálculo de la capacidad por unidad de longitud, que en nuestro caso estará aplicada específicamente a las columnas de concreto (Malhotra & Carino 2003).

### 3. MODELO TEÓRICO Y MÉTODO NUMÉRICO

Para la descripción completa del modelo teórico utilizado y sobre el método de resolución numérica aplicado, remitimos al lector a un trabajo anterior (Úrzagasti 2022), donde se resuelve el problema de la obtención de la capacidad eléctrica por unidad de longitud de un sistema de dieléctricos y conductores con simetría bidimensional, con el propósito de ge-

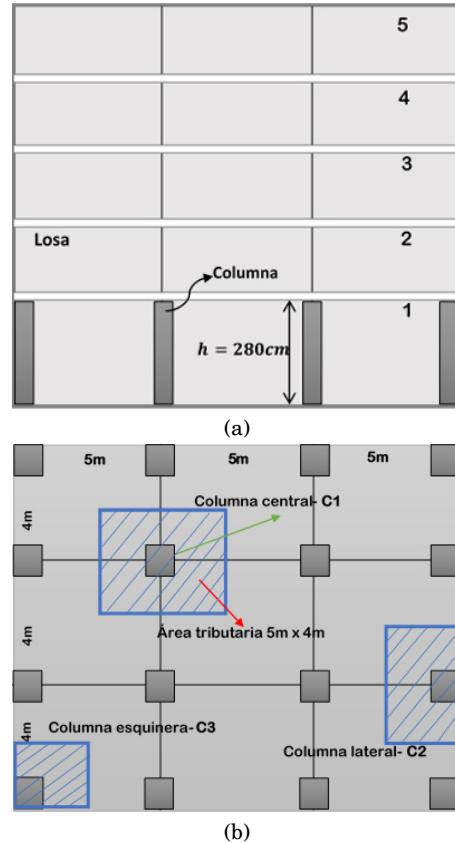


Fig. 2.— Modelo de predimensionado para un terreno de: (a) Estructura de tipo A para departamentos con cinco plantas, realizando un análisis de las columnas de la planta baja (b) Dimensión de  $15\text{m} \times 12\text{m} = 180\text{m}^2$  de área considerada, con áreas tributarias de interés seleccionadas para columnas de tipo:  $C1$ ,  $C2$ ,  $C3$ .

neralizar los resultados obtenidos a sistemas de tres dimensiones espaciales.

### 4. CÁLCULO ESTRUCTURAL DE UNA COLUMNA DE CONCRETO

Es importante realizar un análisis estructural de las columnas de concreto que se van a estudiar en la presente aplicación, para lo cual, el cálculo se realiza con base en dos normas estructurales:

- **ACI318:** Una de las normas respecto al diseño de estructuras de concreto, en la que gran parte de los países latinoamericanos y los Estados Unidos, basan sus reglamentos nacionales de construcción casi en su totalidad.
- **NB1225001:** Esta norma proporciona las prescripciones que deben ser observadas en el diseño, ejecución y control de obras de hormigón estructural que fue realizada por el Ing. Marcelo Iriarte y se utiliza en toda Bolivia como un reglamento referencial.

#### 4.1. Cantidad de acero en una columna

Utilizando como referencia las normas ya mencionadas, consideraremos para nuestro cálculo estruc-

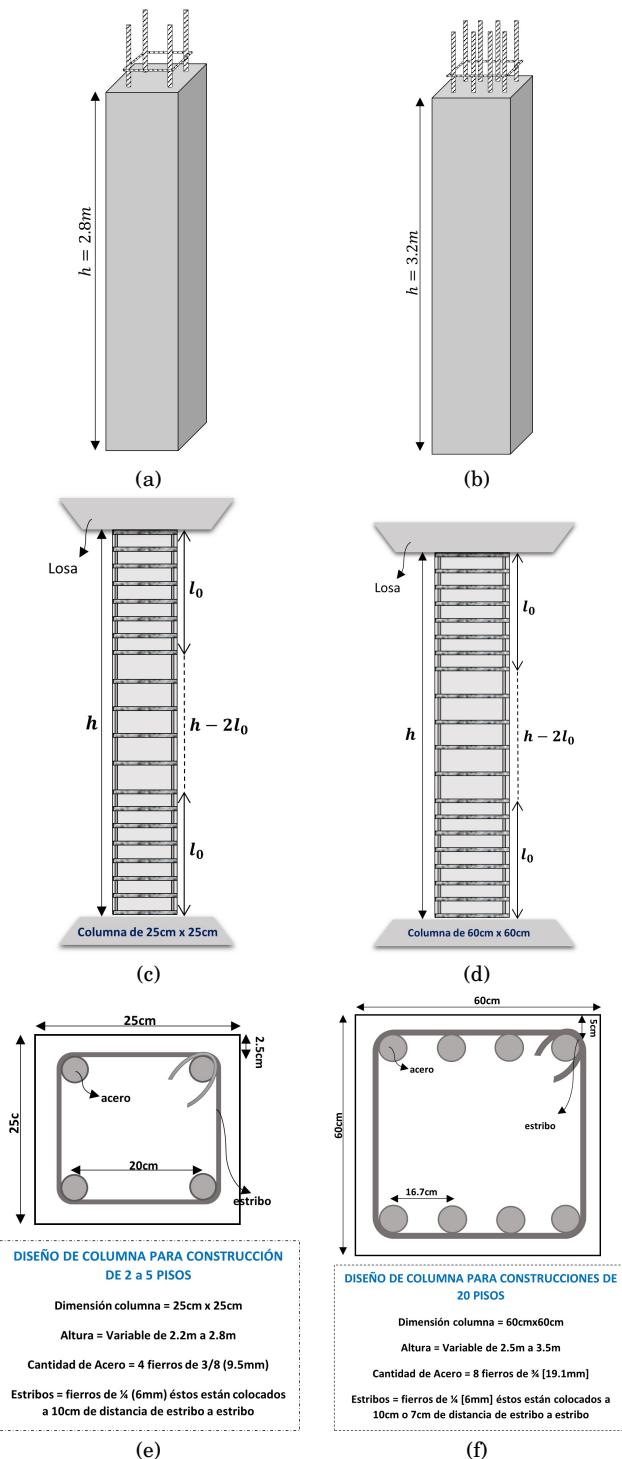


Fig. 3.— Cálculo estructural para columnas de dimensión 25cm x 25cm y 60cm x 60cm. (a) y (b) Diseño de columnas para alturas  $h$  convencionales. (c) y (d) Distribución del acero longitudinal y transversal en las columnas. (e) y (f) Valores prácticos tomados en obra para construcciones de cinco a veinte pisos con cantidades de acero proporcionados por un ingeniero estructural.

tural, una obra de cinco pisos construida en una dimensión aproximada de  $15m \times 12m = 180m^2$ , que es la más convencional en las ciudades de Bolivia. Para el área de la columna empleamos la siguiente ecuación:

$$A = \frac{P_{serv}}{nf'_c}, \quad (1)$$

TABLA 1

Tabla de cálculo estructural para las columnas mostradas en la Figura 2.

Tipo de Columna	Área [cm <sup>2</sup> ]	Dimensión [cm <sup>2</sup> ]	$A_{min}^1$ (6%)	$A_{max}$ (8%)	Acero <sup>2</sup>
C-1 Central	952.4	35x35	57.1	76.2	6 de #10
C-2 Lateral	535.7	25x25	32.1	42.8	4 de #10
C-3 Esquinera	306.1	20x20	18.4	24.5	4 de #9

<sup>1</sup>Se considera este valor mínimo para utilizarlo en tablas.

<sup>2</sup>Número de varillas estimadas obtenidas a partir de McCormac (2002).

donde  $A$ = área de la columna,  $P_{serv}$ = carga de servicio,  $f'_c$ = resistencia a la compresión para distintos tipos de hormigón,  $n$ = factor de influencia de momento, que tiene valores de  $n = 0.35$  para una columna esquinera,  $n = 0.40$  para una columna lateral y  $n = 0.50$  para una columna central. A su vez la carga de servicio  $P_{serv}$  está dada por:

$$P_{serv} = A_T \cdot F \cdot N, \quad (2)$$

cuyos términos representan:  $A_T$ =área tributaria,  $F$ =carga que soporta la columna y  $N$ = número de losas. El valor de  $F$  para el caso de un departamento viene dado por la carga viva ( $CV$ ), más la carga muerta ( $CM$ ), más el peso propio ( $PP$ ). De esta manera, consideraremos el peso que soporta la columna  $F$  con un valor aproximado de:

$$F = CV + CM + PP, \quad (3)$$

o bien,

$$F = 1.962[kN/m^2] + 2.943[kN/m^2] + 4.414[kN/m^2], \quad (4)$$

dando así un valor aproximado de  $F \approx 10 [kN/m^2]$ . Ahora bien, si realizamos cálculos de dimensiones para el caso de una columna central con  $n = 0.5$ ,  $f'_c = 210[kgf/cm^2] \approx 21MPa$  (valor típico para un determinado hormigón) (McCormac 2002) y el valor obtenido de  $F \approx 10 [kN/m^2]$  con las Ecs. (1) y (2), se obtiene  $A = 952.4 cm^2$ . Tomando la raíz cuadrada de este valor, tendremos la dimensión aproximada para el ancho de la columna cuadrada en cuestión:  $L = \sqrt{952.1 cm^2} \approx 30.86 cm$ . Posteriormente se pueden realizar distintas combinaciones de números múltiplos de cinco, multiplicándolos hasta tener un valor no menor al obtenido anteriormente, pudiendo ser:  $35cm \times 35cm = 1225cm^2$ ,  $30cm \times 35cm = 1050cm^2$ . Realizando el mismo cálculo para columnas esquineras y laterales se obtiene la Tabla 1.

Para el cálculo de acero tomamos las áreas  $A_{max}$  y  $A_{min}$  de acuerdo a la norma NB1225001, sección (10.6.1.1.), cuyos valores deben estar entre:  $0.06A \leq A_s \leq 0.08A$ , donde  $A_s$  representa la armadura de acero longitudinal.

#### 4.2. Distribución de estríbos en una columna

Analicemos el caso concreto de las barras transversales (estríbos) para la columna estudiada anterior-

mente de  $35cm \times 35cm$ , las cuales están ubicadas en la sección transversal de la columna.

El diámetro mínimo de los estribos según la norma *ACI* es de  $10mm$ , pero para casos reales, se suele usar siempre un diámetro inferior al de las barras longitudinales. Los estribos deben contener los aceros longitudinales de las esquinas; además, si la columna posee aceros longitudinales internos, también se colocan estribos para contenerlos. Los estribos están distribuidos de distinta forma tanto en su parte central como en la parte cercana a la losa (menos espaciados que en su parte central).

La distancia a la cual están distribuidos estos estribos en la parte superior e inferior,  $l_0$ , debe cumplir el valor mayor de los siguientes tres requisitos según la norma *ACI*:

- La luz libre de la columna ( $h = 280cm$ ) dividida entre 6,  $l_0 = 46.7cm$ .
- El valor de la sección transversal mayor en la columna, en nuestro caso:  $l_0 = 35cm$ .
- Un valor mínimo de  $45cm$ .

Entonces, debemos escoger un valor de  $l_0 = 46.7cm$  para la distancia de separación de los estribos en la parte superior e inferior.

Continuando con el espaciamiento máximo de los estribos,  $S_0$ , considerando  $\phi_l$  como diámetro longitudinal del acero y  $\phi_t$  como diámetro transversal del acero (estribo), se debe tomar el menor valor de los siguientes cuatro requisitos según la norma *ACI*:

- Ocho veces el diámetro de la barra longitudinal  $8\phi_l$ ,  $S_0 = 8cm$ .
- Veinticuatro veces el diámetro de la barra transversal de refuerzo o estribo,  $24\phi_t$ . En nuestro caso, tomando  $\phi_t = 0.6cm$ ,  $S_0 = 14.4cm \approx 15cm$ .
- La menor sección transversal de la columna dividida entre 2,  $S_0 = 17.5cm$ .
- No debe ser mayor a  $30cm$ .

Escogemos un valor de  $S_0 = 8cm$  como espacio entre los estribos de la parte superior e inferior de la columna.

De igual forma para la parte central, el espacio entre estribos debe cumplir con el menor de los tres requisitos siguientes:

- Dieciséis veces el diámetro de la barra longitudinal de la columna,  $16\phi_l$ , lo que da  $S_0 = 20.3cm$ .
- Cuarenta y ocho veces el diámetro de la barra transversal de refuerzo o estribo  $48\phi_t$ , dando  $S_0 = 48cm$ .
- La menor sección transversal de la columna que es  $35cm$ .

Escogemos un valor aproximado de  $S_0 = 20cm$  para el espacio entre los estribos de la parte central de la columna. Los estribos tienen un gancho de  $135^\circ$  en

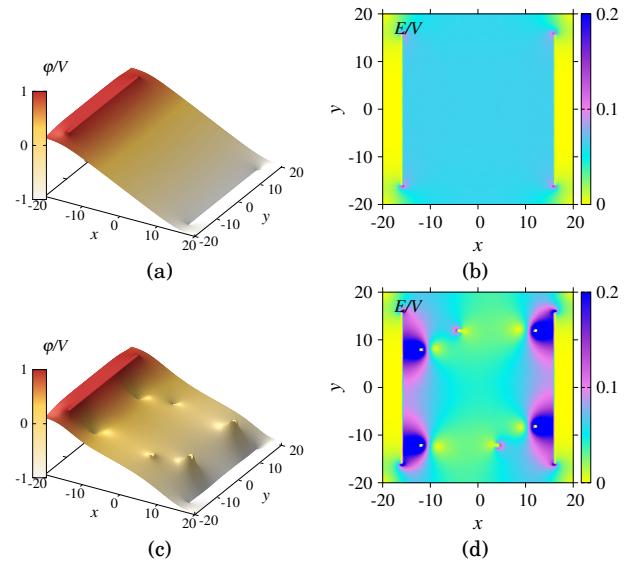


Fig. 4.— (a) y (b): Resultado numérico de un caso simple bidimensional con dos placas en ausencia de conductores entre ellas. (c) y (d): Caso de dos placas con seis barras de acero entre ellas cuyas posiciones fueron perturbadas a partir de la configuración de simetría. A la izquierda se observa el comportamiento del potencial en función de la posición y a la derecha el correspondiente comportamiento del campo eléctrico en términos de  $V$ .

su extremo, sus esquinas deben tener un diámetro mínimo de doblado de cuatro veces el diámetro de la barra, siendo para un diámetro de  $10mm$ , un doblado de  $4cm$ . La extensión del gancho es de  $7.5cm$ .

## 5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 5.1. Predimensionado de columnas

En el análisis del predimensionado de columnas, con valores obtenidos en la Tabla 1, se tienen resultados teóricos aproximados a los puestos en obra. Como ejemplo, para el caso de una edificación con cinco plantas se llega a considerar valores para el cálculo en la dimensión, exclusivos para departamentos como menciona la norma *ACI*, los cuales pueden variar de acuerdo a las distintas edificaciones en el país. Ahora bien, específicamente, en columnas esquineras C3 de  $20cm \times 20cm$  (véase Fig. 2(a) y (b)), obtenemos para la cantidad de acero longitudinal, un valor igual a 4 barras de #9 (diámetro de  $9mm$ ), lo cual no concuerda con los trabajos realizados en obra por ingenieros estructurales con más de 20 años de experiencia, según cuyos parámetros para la misma edificación de columnas, utilizan barras de acero longitudinal #10 (diámetro de  $9.5mm$ ) (véase Figura 3(e)). Posiblemente esto se deba a la falta de conocimiento de la norma boliviana *NB1225001* que rige actualmente en nuestro país. Otro factor podría ser el predimensionado con aproximaciones tomadas en los cálculos, pudiendo los mismos ser estudiados de forma más estricta para cada región, sin dejar de lado la experiencia en obra de los ingenieros estructurales.

Para la parte de la distribución de estribos en el caso de una columna de dimensión  $35cm \times 35cm$ , se obtuvieron distancias  $l_0 = 46.7cm$  para las partes superior e inferior de la columna cercana a las losas

TABLA 2

Capacidad por unidad de longitud y por unidad de permitividad eléctrica para columnas de concreto de dimensión  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  y  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$  centrada en una caja cuadrada de integración de lado  $40\text{cm}$ . El coeficiente de disipación usado es  $\lambda = 0.7$  y una relación de permitividad para concreto igual a  $\epsilon/\epsilon_0 = 10$ .

# de Cilindros	Número de Corridas (bloque) 60x60	Número de Corridas (bloque) 25x25	tiempo de cálculo 60x60	tiempo de cálculo 25x25	Valor obtenido $\frac{1}{\epsilon} \frac{\Delta C}{\Delta z}$ , 60x60	Valor obtenido $\frac{1}{\epsilon} \frac{\Delta C}{\Delta z}$ , 25x25
8	19		6h 56min		9.014	
7	17		6h 56min		7.903	
6	14	24	5h 56min	6h 43min	7.632	9.266
5	20	20	6h 56min	6h 19min	7.692	7.954
4	20	20	6h 56min	6h 33min	6.549	7.913
3	16	20	5h 56min	5h 50min	5.428	6.680
2	20	20	8h 56min	5h 15min	5.210	6.679
1	18	18	11h 56min	11h 5min	5.209	5.308

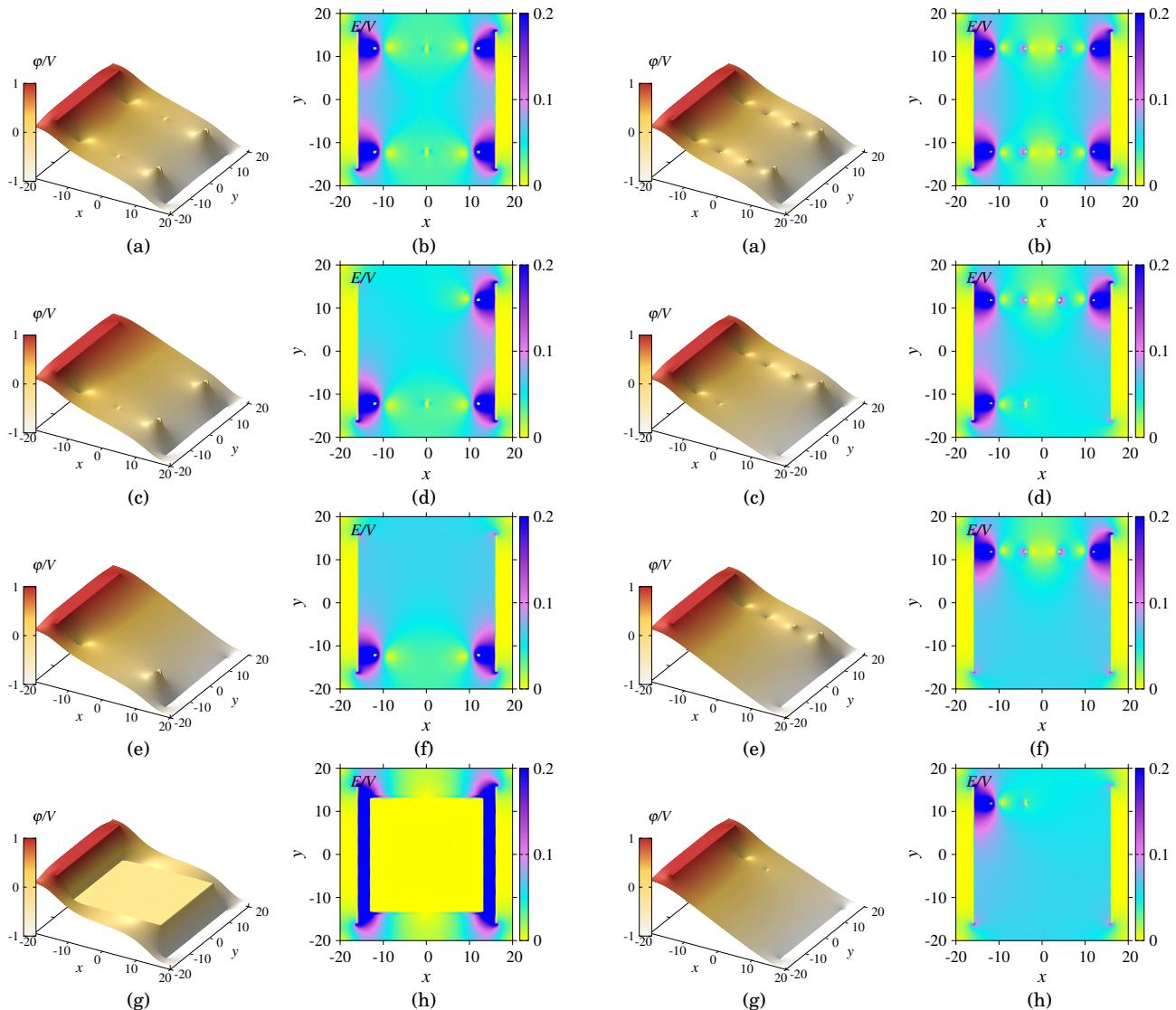


Fig. 5.— Resultados numéricos del caso bidimensional para columnas de  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$ . (a) y (b) con 6 varillas, (c) y (d) con 4 varillas, (e) y (f) con 2 varillas, (g) y (h) con 6 varillas y un estribo rectangular.

Fig. 6.— Resultados numéricos del caso bidimensional para columnas de  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ . (a) y (b) con 8 varillas, (c) y (d) con 6 varillas, (e) y (f) con 4 varillas, (g) y (h) con 2 varillas.

con una distribución de espaciado entre estribos de  $S_0 = 8\text{cm}$ . Haciendo una simple división de estos dos valores obtenemos una cantidad de 12 estribos para las partes superior e inferior. Para la parte central de la columna con una longitud de  $h - 2l_0 = 186.6\text{cm}$ , se obtiene una distancia entre estribos de  $20\text{cm}$ . Haciendo una comparación con el trabajo en obra, se percibe una arbitrariedad por parte de algunos ingenieros estructurales que realizan una distribución de estribos al tanteo, utilizando por lo general barras con diámetros de  $6\text{mm}$ , siendo este último diferente a lo que rige en la norma con un valor mínimo de  $10\text{mm}$ .

### 5.2. Caso inicial con ausencia de conductores dentro de la columna de concreto

A fin de poner a prueba el método, se considera el caso simple de dos placas apoyadas sobre dos caras opuestas de la columna rectangular (véase la Figura 4). Para este caso, la integración toma un tiempo de 2 horas y 15 min hasta que el sistema alcanza el equilibrio, lográndose obtener para la capacidad por unidad de longitud y de permitividad eléctrica un valor igual a  $\Delta C/\Delta\varepsilon_e = 4.054$ . Este valor es algo mayor al valor teórico de 4 para una columna de  $20\text{cm} \times 20\text{cm}$ . Esto se atribuye al aumento de la intensidad del campo eléctrico en las regiones cercanas a los bordes de las placas, lo que no se consideró en el modelo teórico, dando así un error relativo porcentual de 1.33 %.

### 5.3. Aplicación a columnas de concreto

Aplicamos el método de resolución numérica bidimensional a distintos casos de interés, siendo éstos para columnas de dimensiones  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  y  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ , con y sin varillas conductoras, y también un caso con presencia de un estribo. Las Figuras 5 y 6 muestran el comportamiento del potencial y del campo eléctrico para diferentes casos de interés. Los parámetros de integración son: un valor de relación de permitividad del dieléctrico  $\varepsilon/\varepsilon_0 = 10$ , adecuado para el caso del concreto y un coeficiente disipativo  $\lambda = 0.7$ . Los correspondientes valores obtenidos para la capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica se muestran en la Tabla 2.

### 5.4. Acerca de las simulaciones

Para las simulaciones numéricas se analizaron diferentes tipos de columnas, entre ellas, las columnas de  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  y  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$  con resultados gráficos presentados en las figuras 5 y 6, respectivamente, cuyos valores para la capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica se muestran en la Tabla 2. Estos valores fueron tomados hasta un error de convergencia del tercer decimal, cuando el sistema ya alcanzó el equilibrio en tiempos de 6h a 11h, con un número de barras de acero longitudinal entre 1 a 6, para columnas de

$25\text{cm} \times 25\text{cm}$ . Notemos que los puntos de color amarillo dentro de la columna, corresponden a las barras conductoras, además que, existe una aumento de intensidad del campo eléctrico cerca de los bordes de las placas. Existe un comportamiento similar para las columnas de  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ , variando el número de barras de acero de 8 a 1 (ver Tabla 2). Para las simulaciones mencionadas, se utiliza el método de continuación analítica para evitar cálculos computacionales de mayor duración en tiempo hasta lograr el equilibrio, cuyos órdenes de magnitud del error relativo están en  $10^{-7}\%$ , tanto para el potencial como para el campo eléctrico.

Para hacer uso de la Tabla 2, realizamos una comparación con un sistema perturbado, Fig. 4(b), para una columna de  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  con 6 barras de acero distribuidas bajo una configuración levemente diferente de la de completa simetría, obteniéndose un valor de capacidad por unidad de longitud de columna y por unidad de permitividad eléctrica igual a 9.505, con un tiempo estimado de 6h y 53 min hasta alcanzar el equilibrio. Comparando este valor con el valor de 9.266 reportado en la Tabla 2 con un tiempo de 6h y 43min, que se dan para barras longitudinales distribuidas de forma uniforme a lo largo de la columna, se obtiene una diferencia entre estos dos valores de 2.51 %.

## 6. CONCLUSIONES

Se elaboró la Tabla 2, con datos de la capacidad por unidad de longitud y por unidad de permitividad eléctrica para los tipos de columnas de  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  y  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ , escogidas para la simulación numérica. Los resultados que se muestran en dicha tabla están de acuerdo con las normas estructurales ACI y NB1225001 que rigen actualmente en todo el país. Podemos concluir que, usando el análisis numérico se pueden hacer simulaciones aplicadas a columnas de concreto, las cuales tienen mucha importancia para analizar nuevas técnicas de ensayos no destructivos. En este sentido, la tabla que se dispone sirve de comparación para detectar una buena distribución de las barras de acero en las dimensiones mencionadas, tal y como se hizo con la comparación con el caso perturbado para una columna de  $25\text{cm} \times 25\text{cm}$  de 6 barras de acero. Una desventaja para la simulación, es el tiempo de cómputo que se requiere para hacer el trabajo menos pesado, lo cual podría hacerse más eficiente con equipos modernos de computación. Para la parte del predimensionado de una columna y la distribución de los aceros longitudinales y transversales, se notó que muchas de las construcciones no se rigen a las normas al pie de la letra, lo que conlleva un riesgo para las edificaciones en nuestro país, debiendo ser analizadas para evitar desastres futuros.

## Conflictivo de intereses

El autor declara que no existe conflicto de intereses respecto a la publicación de este documento.

## REFERENCIAS

- Casali, R. A., Caravaca, M. A., Acevedo, C., Miño, J. C., Bizzotto, M., & Torra, R. 2007, in IV Conferencia Panamericana de END, 1–12
- Davis, A., Ansari, F., Gaynor, R., Lozen, K., Rowe, T., Caratin, H., Heidbrink, F., Malhotra, V., Simons, B., Carino, N., et al. 1998, American Concrete Institute, ACI, 228
- Griffiths, D. J. 2021, Introduction to electrodynamics, Fourth Edition
- Jackson, J. D. 1999, Classical electrodynamics
- Lovera, G. F. G. 2006, Estudio en Estructuras de Hormigón Armado Mediante el Uso de un Radar de Penetración Terrestre (Universidad Austral de Chile)
- Malhotra, V. M. & Carino, N. J. 2003, Handbook on nondestructive testing of concrete (CRC press)
- McCormac, J. 2002, Diseño de concreto reforzado - 8va. Edición (Alfaomega Grupo Editor)
- No, T. C. S. 2002, Training Course Series
- Pérez Gracia, M. d. l. V. 2001, Radar de subsuelo. Evaluación para aplicaciones en arqueología y en patrimonio histórico-artístico (Universitat Politècnica de Catalunya)
- Trujillo Triviño, G. 2013, Disponible en: <https://hdl.handle.net/10901/9832>.
- Urzagasti, D. 2022, Revista Boliviana de Física, 40, 8
- Yun, K. 2007, SIAM Journal on Applied Mathematics, 67, 714