REVISTA BOLIVIANA DE FÍSICA **25**, 1–6, 2014
ISSN 1562–3823. INDEXADA EN: SCIELO, LATINDEX, PERIÓDICA

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE TEMPERATURAS EXTREMAS SOBRE TERRITORIO BOLIVIANO

STATISTICAL ANALYSIS OF EXTREME TEMPERATURES IN THE BOLIVIAN TERRITORY

V. M. PEÑAFIEL† & M. ANDRADE‡
Instituto de Investigaciones Físicas, Carrera de Física
Universidad Mayor de San Andrés
c. 27 Cota-Cota, Campus Universitario, Casilla de Correos 8635
La Paz - Bolivia
(*Recibido 9 de Abril de 2014; aceptado 19 de Agosto de 2014*)

RESUMEN

Se ejecuta un conjunto de operaciones sobre los registros disponibles de temperaturas máxima y mínima diarias provenientes de cinco estaciones colocadas aproximadamente sobre los ejes EO y NS del territorio boliviano. El propósito es, principalmente, el de aislar los valores extremos (altos y bajos) correspondientes a cada una de las estaciones de medición, para luego determinar las frecuencias con que se presentan y efectuar la comparación de las mismas entre estaciones (a fin de detectar alguna causa externa común). Los resultados del análisis muestran que los fenómenos extremales de temperatura son más bien locales, excepto por efectos periódicos obvios.

Código(s) PACS: 07.05.Kf — 93.30.Tr

Descriptores: Análisis de datos — Distribución geográfica de temperaturas

ABSTRACT

We carry out a set of operations on the available data registers of maximum and minimum daily temperatures of five stations located on the East-West and North-South axes in the Bolivian territory. Our main purpose is to isolate the extreme values (high and low) corresponding to each of the stations and thereafter to determine their frequencies and compare them among the stations (in order to detect any common external cause). The results of the analysis show that the extremal temperature phenomena are local, except for the obvious periodic ones.

Subject headings: Data analysis — Temperate regions

1. INTRODUCCIÓN.

El estudio y seguimiento de los valores extremos de temperatura tiene importancia por sus impactos en la agricultura, previsiones energéticas y aún en estadísticas de mortalidad (Huynen et al. 2001) y, por supuesto, en consideraciones ambientales en conexión con el "cambio climático" (Beniston & Stephenson 2004).

Gran parte de la atención, por tanto, está dirigida a determinar y predecir la ocurrencia de "olas de calor", "heladas", etc. sobre la base de registros empíricos previos o simulaciones.

En el presente trabajo, el interés está orientado sobre todo en la comparación de medidas, provenientes de estaciones estratégicamente elegidas, con el propósito de caracterizar el comportamiento general, sobre territorio boliviano, de estructuras térmicas con valores muy alejados respecto de la media "normal".

†vmiguel@fiumsa.edu.bo
‡mandrade@fiumsa.edu.bo

Como en un trabajo anterior (Peñafiel & Andrade 2013), se ha hecho una selección de cinco estaciones meteorológicas (Tabla 1) adecuadamente colocadas sobre los ejes territoriales longitudinal y transversal, y tomando en cuenta las principales zonas climáticas -altiplano, valles y llanos- las cuales representan también a las regiones frías, templadas y cálidas del país.

El comportamiento climático en el territorio boliviano no difiere grandemente entre esas tres regiones: se tiene un lapso invernal seco y lluvias concentradas sobre todo en verano. Por esto, es interesante indagar sobre el grado de correlación de las estructuras de temperatura extrema entre todos los puntos considerados.

Las operaciones numéricas aplicadas a los registros empíricos tienen principalmente ese fin.

2. TENDENCIAS EXTREMAS ANUALES.

Las series temporales disponibles constan de 7304 valores cada una, correspondientes a 20 años, desde el 1 de Enero de 1989 hasta el 31 de Diciembre de 2008 (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología

TABLA 1
POSICIÓN DE LAS ESTACIONES.

Estación	Lat.	Long.	a.s.n.m. [m]
E1 (Ayo Ayo)	-17.083	-68.000	3880
E2 (Cochabamba)	-17.417	-66.183	2548
E3 (Pto. Suarez)	-18.983	-57.817	134
E4 (Cobija)	-11.0330	-68.7830	272
E5 (Tarija)	-21.5500	-64.7000	1854

a.s.n.m. = altura sobre el nivel del mar.

TABLA 2
TENDENCIAS ANUALES (TEMPERATURAS MÁXIMAS).

Estación	$a[^oC/dia]$	$b[^oC]$	$\overline{T}_{max}[^oC]$
$E1$	0.220830	21.417143	16.0
$E2$	0.061466	36.079571	30.7
$E3$	0.020714	33.103714	27.0
$E4$	-0.04787	40.000714	31.0
$E5$	0.030210	36.541	26.0

TABLA 3
TENDENCIAS ANUALES (TEMPERATURAS MÍNIMAS).

Estación	$a[^oC/dia]$	$b[^oC]$	$\overline{T}_{min}[^oC]$
$E1$	-0.1	-17.007143	1.4
$E2$	0.190662	7.6747140	20.0
$E3$	0.107647	-3.395143	8.6
$E4$	0.273090	3.8751430	20.5
$E5$	-0.01525	-4.197143	10.4

2010).

Se obtiene una evaluación rápida de las estructuras extremas de temperatura examinando la evolución anual de los máximos y mínimos valores anuales. Las figuras 1, 2, 3, 4 y 5 exhiben el grado de variación de esos índices y su tendencia lineal (rectas at+b ajustadas por cuadrados mínimos) durante las dos décadas; los valores explícitos de los coeficientes de las tendencias lineales aparecen en las tablas 2 y 3.

La inspección de esos datos indica que no existe un comportamiento similar entre las estaciones, como se esperaría si los extremos de temperatura tuvieran un origen climático común. Así, mientras E1 y E5 tienen tendencias divergentes, E4 muestra tendencias convergentes y las tendencias de E2 y E3 son paralelas.

Por otra parte, la comparación entre las dos últimas columnas de las tablas 1 y 2, es decir, entre el comienzo de la tendencia con el valor medio aproximado de la temperatura en cada caso, arroja diferencias notables (de entre 5 y 18 grados) implicando ya la presencia de estructuras extremas para cada uno de los puntos anuales.

Otras formaciones más severas, por tanto menos probables, aparecen como picos por encima de la recta de tendencia en el caso de las máximas y por debajo de ella en el de las mínimas (Figs. 1 a 5).

Finalmente, exceptuando a las mínimas de la estación E2 (Fig. 2), los máximos y mínimos anuales

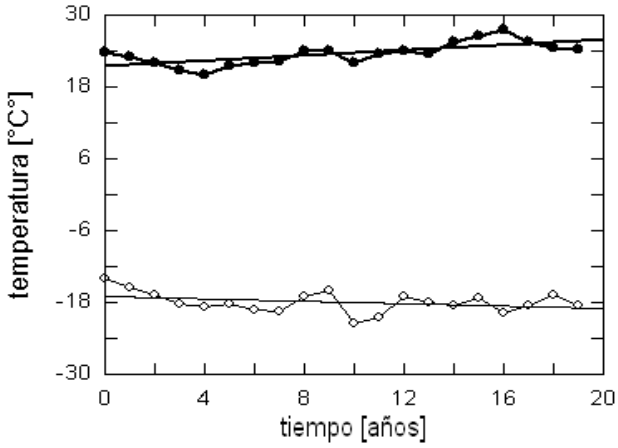

FIG. 1.— Temperaturas máxima anual y mínima anual para la estación E1 (Ayo Ayo). Las máximas tienen tendencia positiva y la mínimas tendencia negativa. Respecto del origen, se observa un pico con 3.6 ^oC en las máximas y un mínimo con -4.5^oC en las mínimas.

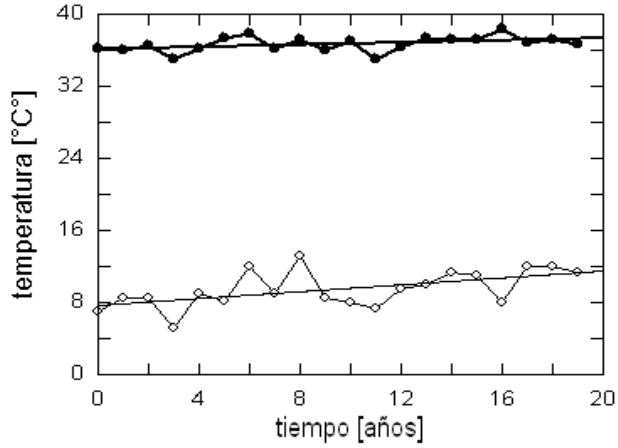

FIG. 2.— Temperaturas máxima y mínima anuales para la estación E2 (Cochabamba). Las tendencias son ambas positivas y las mayores desviaciones 2.23^oC (máximas) y -5.54^oC (mínimas).

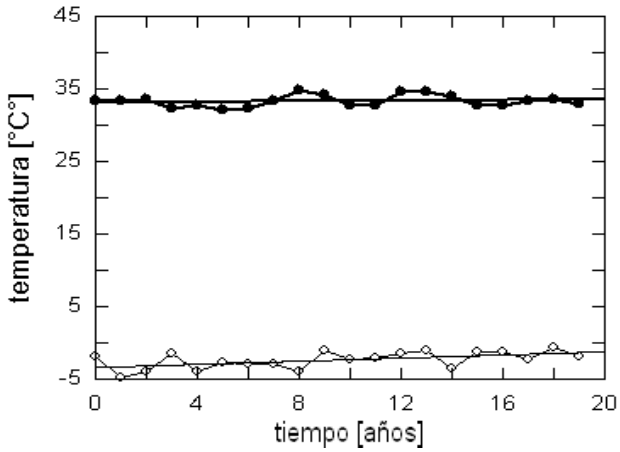

FIG. 3.— Temperaturas máxima anual y mínima anual para la estación E3 (Puerto Suárez). Las tendencias son ligeramente positivas en ambos casos y las mayores desviaciones (respecto de b) son 1.8^oC y -1.4^oC en cada caso.

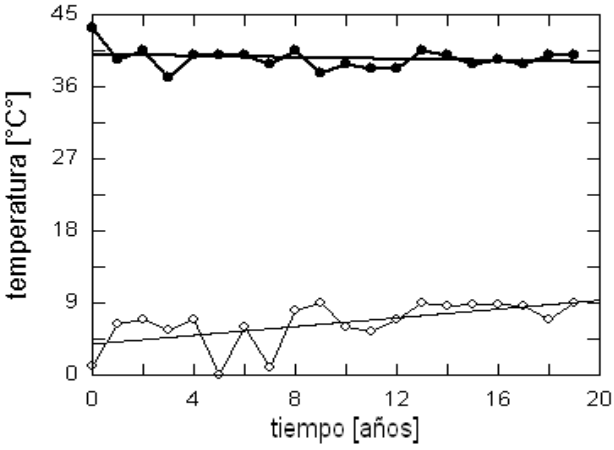

FIG. 4.— Temperaturas máxima y mínima anuales para la estación E4 (Cobija). Hay tendencia negativa y positiva y desviaciones de 3.2^oC y -3.9^oC respectivamente.

tienden a presentarse con razonable uniformidad, implicando, por supuesto, que la presencia de eventos climáticos más intensos, si los hay, deben tener períodos mayores a los 10 años. Esto hace atractiva la idea de buscar periodicidades menores de manera más sistemática.

3. PERIODICIDAD.

La cuestión de si las temperaturas, a lo largo de series temporales, se distribuyen en forma gaussiana no está definitivamente establecida, y parece obedecer fuertemente a factores locales (v. g. Harmel & Richardson (2002)). Por ejemplo, refiriendo todas las temperaturas del registro para la estación E1 a su recta de tendencia (recta de regresión), que se muestra en la figura 6, y construyendo el histograma de frecuencias con intervalos de un grado (Fig. 7), éste admite el ajuste de una curva gaussiana,

$$g(\Delta T) = a \exp[b(\Delta T - c)^2] \ , \qquad (1)$$

muy aproximada. Sin embargo, en la misma operación sobre el registro de mínimas para E3 (Fig. 8) el ajuste gaussiano es bastante pobre (Fig. 9). La definición de "valor extremo" en términos de múltiplos de la desviación típica σ no es adecuada para todos los casos. Por tanto, se ha adoptado, más bien, una tendencia común en la literatura (Collins et al. 2000) definiendo los eventos extremos en términos de percentiles sobre las colas del histograma de frecuencias. Para el presente trabajo, se entiende por evento extremo aquel para el cual $T > T_c$ (máximas) ó $T < T_c$ (mínimas) donde

$$T_c \ni N(T_c) = \min(N \geq 73) \ , \qquad (2)$$

esto es, la temperatura de corte T_c corresponde a la frecuencia justamente mayor al 1% del registro (73 para todas las estaciones); para las máximas, N se cuenta desde el extremo de la cola superior, mientras que desde el extremo de la cola inferior para las mínimas (Tablas 4 y 5).

Ahora, los registros generados anulando todos los valores inferiores o superiores -según el caso- a las temperaturas de corte, son muy semejantes a las que aparecen en las figuras 11 y 13, correspondientes a E1 y E4 respectivamente. Los primeros 50 puntos de la transformada rápida de Fourier (TRF) de esas series modificadas se muestran en las figuras 12 y 14.

El análisis sobre la significación de los picos de potencia en las transformadas donde, a diferencia de los registros musicales, no hay información previa sobre patrones periódicos, contiene siempre un importante factor heurístico. La decisión final de cuando un pico es señal y cuando es ruido contiene niveles de aleatoriedad muy altos cuanto menos prominente

TABLA 4
TEMPERATURAS DE CORTE MÁXIMAS.

Estación	$T_c[^oC]$	$N(T_c)$
$E1$	5.0	180
$E2$	5.0	189
$E3$	5.0	179
$E4$	8.0	76
$E5$	9.0	109

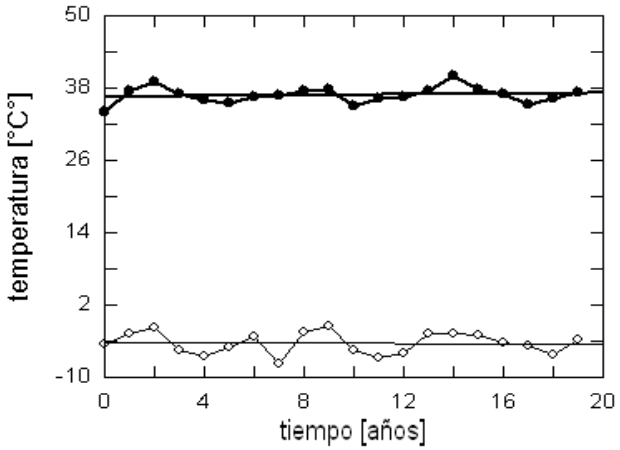

FIG. 5.— Temperaturas máxima anual y mínima anual para la estación E5 (Tarija), con tendencias positiva y negativa y desviaciones mayores 3.5^oC (máximas) y -3.5^oC (mínimas).

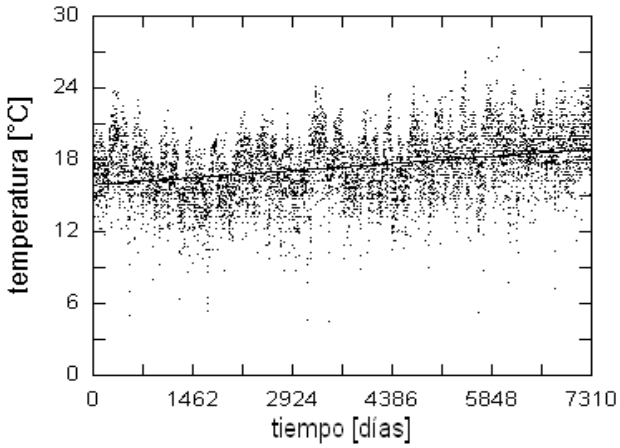

FIG. 6.— Temperaturas máximas diarias registradas en la estación E1. Todos lo datos se referirán luego a la recta de regresión (tendencia) que aparece superpuesta a los datos.

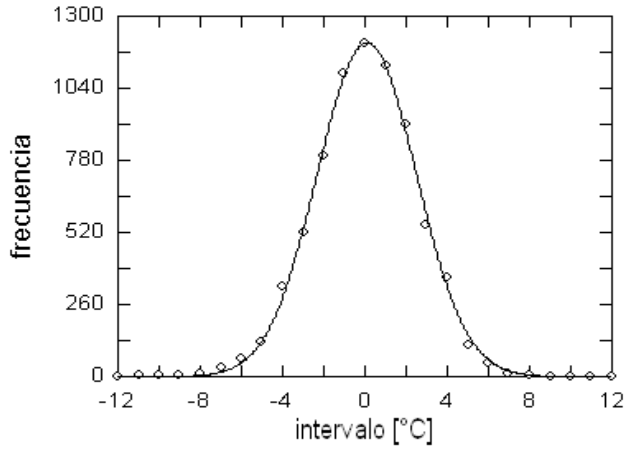

FIG. 7.— Histograma de frecuencias para los datos de la figura 6 referidos a la recta de tendencia. La gaussiana (1), ajustada por cuadrados mínimos ($a = 1203.56$, $b = 0.0858$, $c = 0.09416$), refleja, en este caso, la tendencia general de las máximas a un valor central dominante, con valores extremos poco probables.

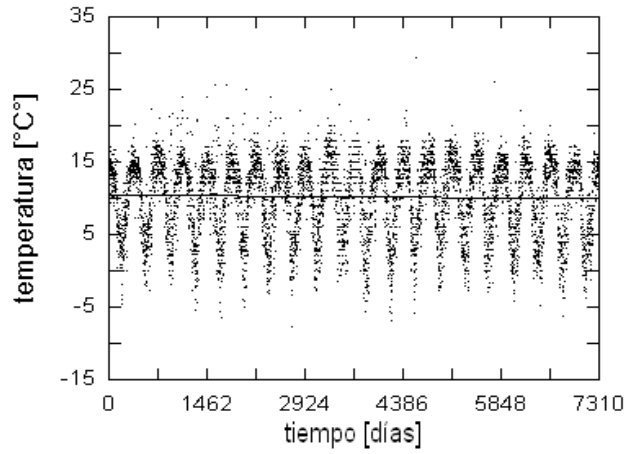

FIG. 8.— Datos de temperatura mínima correspondientes al registro E5 (Tarija). Se muestra la tendencia lineal usada como origen referencial posterior.

TABLA 5
TEMPERATURAS DE CORTE MÍNIMAS.

Estación	$T_c[^oC]$	$N(T_c)$
$E1$	-14.0	91
$E2$	-9.0	71
$E3$	-10.0	108
$E4$	-9.0	104
$E5$	-12.0	134

es el "pico".

Para el presente trabajo, se ha hecho un recuento estadístico de la altura de las potencias de Fourier por intervalos y se ha aplicado un criterio de selección por percentiles semejante al de la ec. (2). Esto permite un análisis con criterio homogéneo sobre todas las series disponibles. La figura 10 grafica este recuento con un ajuste gaussiano por cuadrados mínimos; en este caso, el nivel aproximado de 99% corresponde al intervalo con cota 0.015. El resultado de aplicar este nivel sobre el espectro de la Fig. 9 es

TABLA 6
MÁXIMAS EXTREMAS (PERÍODOS EN AÑOS).

Estación	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$E1$	7.48	1.40	1.02	0.66	0.51
$E2$	5.61	1.40	1.02	0.66	0.50
$E3$	5.61	2.04	0.98	0.62	0.49
$E4$	7.48	2.44	1.02	0.66	0.51
$E5$	4.49	2.04	0.98	0.68	0.51

TABLA 7
MÍNIMAS EXTREMAS (PERÍODOS EN AÑOS).

Estación	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
$E1$	3.21	1.40	1.02	0.66	0.50
$E2$	7.48	2.24	1.02	0.70	0.50
$E3$	3.21	1.50	1.02	0.75	0.50
$E4$	3.74	1.40	1.02	0.62	0.50
$E5$	7.48	1.60	1.02	0.62	0.50

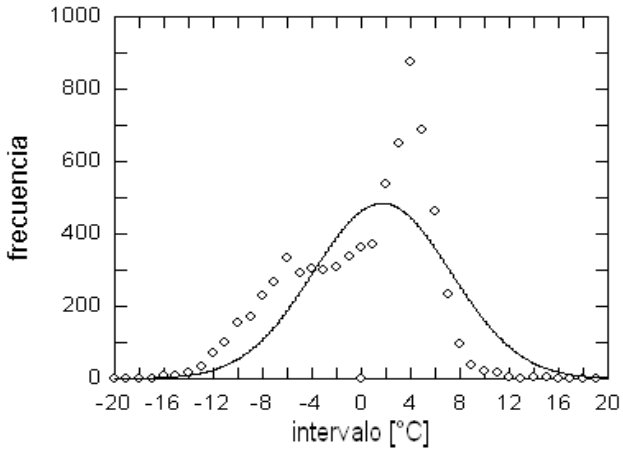

FIG. 9.— Histograma de los datos de la figura 8 referidos a su tendencia. El ajuste gaussiano es, aquí, muy pobre ($a = 484.68$, $b = 0.01602$, $c = 1.6723$). Sólo indica que los valores extremos son menos probables.

el de aislar los patrones de frecuencias centradas en 3, 16, 22, 34 y 44, que corresponden a períodos de 7.5, 1.4, 1.02, 0.66 y 0.51 años, respectivamente. Los resultados de análisis similares para las máximas extremas en las otras estaciones están reunidos en la tabla 6 y, para las mínimas extremas, en la tabla 7.

No todos los períodos son cualitativamente significativos, ni climáticamente importantes. Así, como las altas temperaturas son propias del verano y las bajas son características del invierno, los períodos P_3 y P_5 corresponden, obviamente, a ese patrón anual y semianual; los períodos P_2 y P_4, en cambio, tienen interpretaciones menos evidentes, pero, probablemente, reflejan oscilaciones estacionales menores.

4. CORRELACIONES PARCIALES.

Finalmente, conviene también verificar explícitamente las correlaciones entre los registros filtrados (como los de las figuras 11 y 13). El cálculo directo aparece en las tablas 8 y 9 para las máximas y mínimas, en ese orden.

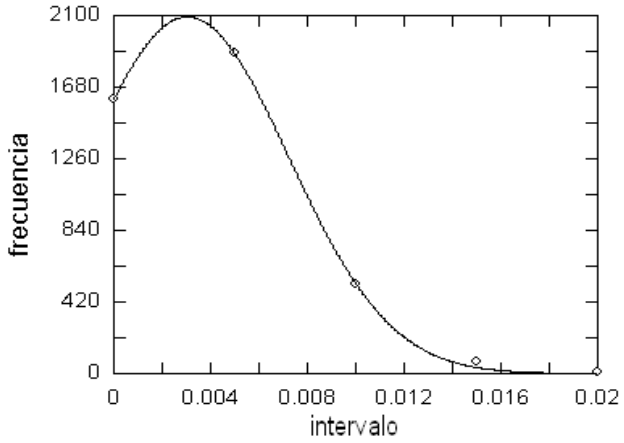

FIG. 10.— Histograma construido mediante el recuento (frecuencia) de potencias de la TRF comprendidas en intervalos de tamaño 0.001. La curva de ajuste es de tipo gaussiano como la (1) con $a = 2091.67$, $c = 0.00304$ y una curtosis muy alta ($b = 28454.29$).

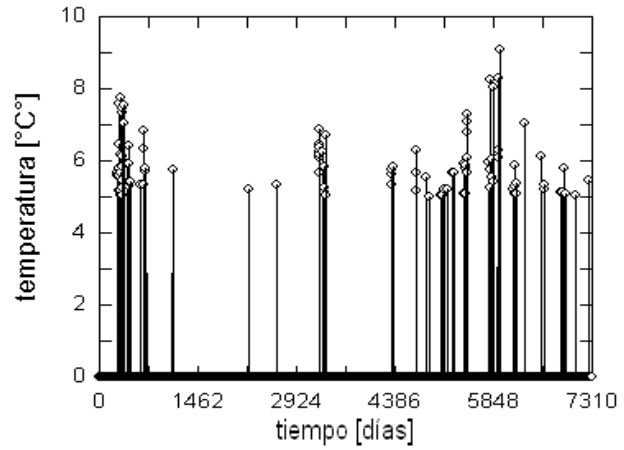

FIG. 11.— Temperaturas extremas máximas para la estación E1 obtenidas filtrando los valores por debajo de la temperatura de corte $T_c = 5^oC$. Se aprecia sobre todo la periodicidad anual de las estructuras. Los valores demasiado altos son más espaciados.

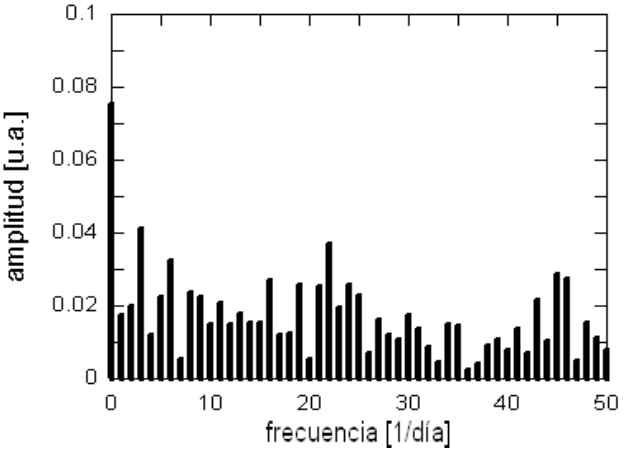

FIG. 12.— Transformada rápida de Fourier (TRF) sobre los datos de la Fig. 8. El pico mayor corresponde al período anual $8192/23 = 356 < T < 8192/22 = 372.36$. Los demás períodos se determinan tomando el centro aproximado de los grupos significativos.

TABLA 8
CORRELACIONES TOTALES (MÁXIMAS).

Est.	$E1$	$E2$	$E3$	$E4$	$E5$
$E1$	1.0	−0.014	0.191	0.007	−0.007
$E2$	−0.014	1.0	−0.004	0.047	0.039
$E3$	0.191	−0.004	1.0	0.028	0.003
$E4$	0.007	0.047	0.028	1.0	0.004
$E5$	−0.007	0.039	0.003	0.004	1.0

TABLA 9
CORRELACIONES TOTALES (MÍNIMAS).

Est.	$E1$	$E2$	$E3$	$E4$	$E5$
$E1$	1.0	0.092	0.385	0.091	0.137
$E2$	0.092	1.0	0.077	0.347	0.264
$E3$	0.385	0.077	1.0	0.111	0.162
$E4$	0.091	0.347	0.111	1.0	0.458
$E5$	0.137	0.264	0.162	0.458	1.0

TABLA 10
CORRELACIONES PARCIALES (MÁXIMAS).

Est.	$E1$	$E2$	$E3$	$E4$	$E5$
$E1$	1.0	−0.014	−0.194	0.003	0.007
$E2$	−0.014	1.0	−0.003	−0.057	0.039
$E3$	−0.194	−0.003	1.0	0.027	0.007
$E4$	0.003	−0.057	0.027	1.0	0.003
$E5$	0.007	0.039	0.007	0.003	1.0

De estos resultados es muy evidente la clara independencia estadística de las series de valores extremos, especialmente de máximas. Pero más concluyente aún es el conjunto de correlaciones parciales que se obtiene considerando los elementos de las tablas 6 y 7 como elementos de la matriz simétrica

$$\mathbb{R} = \begin{bmatrix} 1 & r_{12} .. r_{15} \\ r_{21} 1 & 1 \;\; .. r_{25} \\ . & . \;\; . \;\; . \\ . & . \;\; . \;\; . \\ r_{51} & r_{52} .. \;\; 1 \end{bmatrix} \tag{3}$$

y calculando

$$p_{ij} = \frac{R_{ij}}{\sqrt{R_{ii} R_{jj}}} \quad , \tag{4}$$

donde R_{ij} son los determinantes menores de $\mathbb{R}$. Las tablas 10 y 11 consignan los valores obtenidos en correspondencia con las 8 y 9, casi todos ellos menores que sus contrapartes totales.

Para las extremas mínimas se esperaría una correlación mayor, teniendo en cuenta la asociación que se hace con los frentes fríos, generalmente originados en la antártida, que ingresan a territorio boliviano en lugares donde los registros de la estación E4 son una buena muestra y E3 podría estar también bajo tal influencia.

Una explicación es que ésta, como otras influencias externas, progresan en ciertas direcciones y en un

TABLA 11
CORRELACIONES PARCIALES (MÍNIMAS).

Est.	$E1$	$E2$	$E3$	$E4$	$E5$
$E1$	1.0	0.046	−0.375	0.005	−0.059
$E2$	0.046	1.0	0.007	−0.280	−0.019
$E3$	−0.375	0.007	1.0	−0.031	−0.089
$E4$	0.005	−0.280	−0.031	1.0	0.424
$E5$	−0.059	−0.019	−0.089	0.424	1.0

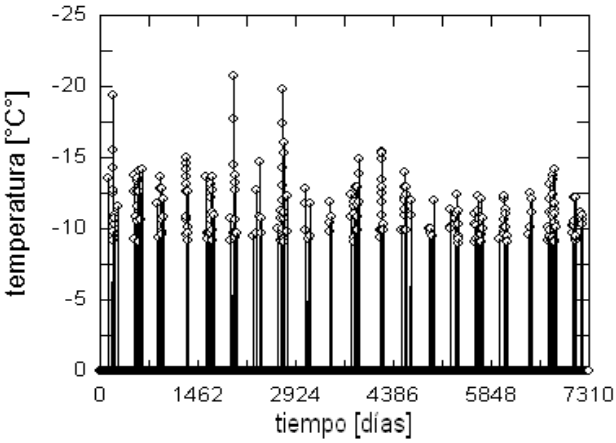

FIG. 13.— Mínimas extremas obtenidas filtrando el registro de E4 (Cobija) para valores superiores a -9^oC. El patrón anual es ahora muy conspicuo, así como el mayor distanciamiento entre los valores extremos más altos.

cierto intervalo temporal; las estaciones de medición, entonces, se comportan como si tuvieran su propia influencia local.

5. CONCLUSIONES.

Este trabajo puede ser considerado como el epílogo de uno anterior (Peñafiel & Andrade 2013). El análisis sobre temperaturas *medias*, hecho ahí, muestra tendencias y distribuciones más regulares y se ha mencionado el que las "anormalidades" están asociadas con la presencia de valores extremos en las series temporales (ver también Hurrell (1995)).

Hay, por otra parte, modelos específicos para explicar las características temporales de las estructuras extremas de temperatura (Hosking et al. 1985), cosa que no se ha intentado aquí por limitaciones en la longitud de los registros.

Respecto a indicios, por ejemplo, de "calentamiento global" u otro efecto que implicaría el recrudecimiento de los extremos térmicos en direcciones opuestas, la inspección de las tendencias anuales, practicada en la Sec. 2, determina una clara ausencia de tales señales. No obstante, se ha visto que la severidad extremal puede ser lo suficientemente alta como para indagar sobre las periodicidades con que se presentan.

El análisis armónico efectuado en la Sec. 3 indica que los únicos períodos verdaderamente comunes en todos los centros de observación son el anual y el semianual. Los otros períodos interesantes - más largos- oscilan en el intervalo $[3.2, 7.5]$, sin correlación aparente entre máximas y mínimas; una

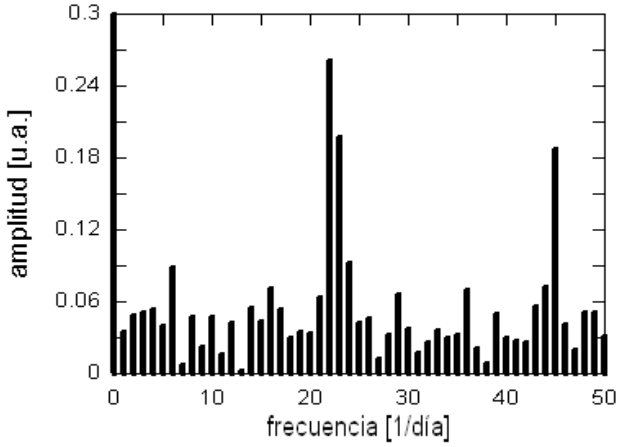

FIG. 14.— Transformada rápida de Fourier (TRF) sobre los datos de la Fig. 13 Los picos mayores corresponden al período anual y semianual.

rápida comparación ilustrativa con los picos enfatizados en las figuras 1 á 5 sugiere que estos períodos están asociados, sin duda, con los valores más altos de temperatura extrema.

Como los criterios aplicados para obtener las series de sólo extremos (v. g., Fig. 11 y Fig 13) son los mismos para todas las estaciones, es posible aprovecharlas para los cálculos directos de correlación, total y parcial. Los resultados (Sec. 4) determinan concluyentemente que los registros no están correlacionados y que, por tanto, la presencia de extremos térmicos es un fenómeno muy local, no obstante la estacionalidad común.

REFERENCIAS

Beniston M. & Stephenson D. B. (2004), *Global and Planetary Change*, **44**, 1
Collins D. A., Della-Marta P. M., Plummer N. & Trewin B. C. (2000), *Aust. Met. Mag.*, **49**, 277
Harmel R. D. & Richardson C. W. (2002), *J. Appl. Meteor.*, **41**, 744
Hosking J. R. M., Wallis J. R. & Wood E. F. (1985), *Technometrics*, **27**, 251
Hurrell J. W. (1995), *Science*, **264**, 676
Huynen M. M., Martens P., Schram D., Weijenberg M. P. & Kunst A. E. (2001), *Environ Health Perspect.*, **109.M.**, 463
Peñafiel V. M. & Andrade M. (2013), *Revista Boliviana de Física*, **22**, 1
Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología. (2010), Comunicación privada