La Formación de los Conceptos Matemáticos a través de la Historia y su Relación con el Proceso Educativo en el Aula

Oscar R. Pino Ortiz

Sociedad Boliviana de Ciencias
e-mail: opinoo@latinmail.com

Resumen

La formación de los conceptos matemáticos ha seguido un curso natural a través de la historia, curso que nos da pautas claras para dirigir el proceso de enseñanza aprendizaje que nos toca vivir en el aula. En efecto, existe una correlación entre el desarrollo de la verdad empírica, la comprensión del ámbito de su validez y el aprendizaje de los hechos matemáticos reales, por un lado, y entre el nacimiento de la matemática axiomática y la formalización de los conceptos matemáticos en el alumno del ciclo secundario y universitario. Nosotros creemos en la existencia de una profunda relación entre ambas.

El desarrollo de los conceptos fundamentales, en el área del conocimiento humano que recibe, hoy, el denominativo global de *Matemática*, no ha sido, de manera ninguna, constante ni previsible. Ni siquiera es razonable afirmar que fue un desarrollo continuo. Muchos hechos históricos, así lo muestran. Entre estos, citemos como ejemplo, la sorprendente convivencia de una corriente, liderada por Leopoldo Kronecker, impermeable a todo argumento que sustente la existencia de los números irracionales, con otra corriente, a cuya cabeza se encontraba el genio matemático de Georg Cantor, asaz audaz para construir y analizar los increíbles números transfinitos.

Todo empezó cuando los seres humanos, empujados por su necesidad de sobrevivencia, comenzaron a estructurar sus experiencias, intuiciones y conocimientos, buscando las relaciones que se podían establecer, entre los unos y los otros. La forma natural de establecer tales relaciones fue la "evidencia empírica": *aceptar que las cosas eran como eran, porque así aparecían ante los sentidos.* Ver por los ojos, tocar con las manos, oír con los oídos. *La verdad estaba fuera del hombre.* La realidad era siempre tangible y externa. La razón se sustentaba en los hechos y en los actos.

¿Cómo puede esta manera de aprehender la realidad reflejarse en la estructuración del conocimiento matemático?

Tomemos, para responder a esta pregunta, un simple ejemplo: Digamos que deseamos mostrar (decimos mostrar y no demostrar) que el volumen de un cono, de base y altura dadas, es igual a un tercio del volumen de un cilindro, de igual base e idéntica altura. Nos bastará para ello, como lo hacían los sumerios y los egipcios, "construir" un cono y un cilindro con las dimensiones adecuadas; llenar el cono de arena y vaciar su contenido dentro el cilindro, tantas veces como necesario fuera, para así comprobar, ocular y dérmicamente, que el número de veces es "*exactamente*" tres. Entonces, como se necesitan tres conos para llenar un cilindro, queda claro que el volumen del cono, de base y altura dadas, es un tercio del cilindro de misma base e idéntica altura. Simple y contundente.

El problema es el siguiente: ¿Qué significa exactamente la palabra "*exactamente*"? o dicho de otra manera... *¿Qué precisión tiene la exactitud*?

Podemos creer, aunque no podemos probarlo, que sumerios y egipcios no armaban una batahola ni se rasgaban las vestiduras, si en la operación de trasvase, perdían algunos granos de arena o, si al terminar de llenar el cilindro, sobraban algunos. El hecho era aceptado de manera global, con un margen de tolerancia que se estiraba con la flexibilidad del sentido común. Esta tolerancia natural, que ignoraba las fracciones, cuando eran demasiado pequeñas para merecer respeto, y embolsaba a los macro números en un paquete, tan amorfo como cómodo, llamado *infinito*; esa tolerancia, digo, no era otra cosa que el espejo de la realidad; realidad que fue para ellos, como es hoy para nosotros, borrosa y engañosa, que no dejó jamás de adornarse de incertidumbres, haciéndonos creer y suponer, siempre cercana pero siempre otra.

Por consiguiente, los griegos apelaron al espíritu, construyendo un universo permanente y estable, donde seres perfectos e inmutables, las ideas, darían sentido a las cosas, donde los conceptos trascendieran las circunstancias y donde, finalmente, residiría la belleza inconmensurable y eterna de la matemática.

El receptáculo de la verdad no sería, pues ya, la tolerante aprehensión de los sentidos, sino la irrefutable razón de la Razón. La lógica se erguía en juez intemporal de los hechos, cuyos fallos, inapelables, dirimían entre lo evidente y lo incomprensible, tanto confirmando lo esperado como provocando sorpresivos espantos. Quien de nosotros no haya oído hablar del asesinato de Hipassus, la retractación de Galileo o la pseudo locura de Cantor, puede aún tener la esperanza de que el mundo de la razón sea calmo. Los demás sabemos bien que no es así, y que es tan difícil, como penoso, adentrarse por los laberintos de la ciencia, armados escasamente de hipótesis, silogismos, inferencias e inducciones. Sabemos que aprender es un acto de coraje, un camino interminable y estrecho, en el que hemos caído tantas veces como pasos hemos dado. Es porque aprendemos con esfuerzo que debemos respetar a quien aprende. Debemos comprender a nuestros alumnos, no sólo en sus momentos de lucidez, sino también, y sobre todo, en sus fatigas y cansancios.

Pero regresemos a los griegos y a su visión conceptual del universo...

Desde ellos, la verdad adquirió una naturaleza interior al hombre. El interés central del conocimiento cambió de eje, recayendo en el modelo, el argumento y la demostración. La realidad exterior dejaba su rango medular a la realidad interior, única capaz de iluminar el espíritu con las luces del entendimiento. La belleza que antes era un atributo del objeto observado, es ahora un atributo otorgado por el sujeto que observa. Lo demostrable estaba por sobre lo observable. *Es decir, en el mundo griego, se puede dudar de lo que se observa pero no de lo que se deduce.*

Un mundo tal, seduce. El hombre, medida de las cosas, se place en la seguridad que le da su razón. Euclides postula y deduce. Y nosotros con él. Pero, si bien la deducción es inatacable, la elección de los postulados es cuestionable. Más aún, la elección de los axiomas es, muchas veces, dejada a las peligrosas veleidades de la intuición. Y, como una vez electos, los *axiomas* corren el peligro de ser intocables, pueden, poco a poco, silenciosa y solapadamente, trasformarse en *dogmas*, principios momificados que, soberbiamente incuestionables, pueden, con descaro y sin escrúpulos, enfrentarse a la realidad externa, negando la evidencia de los hechos, prefiriendo la incoherencia entre lo que se ve y lo que se piensa, a la revisión de sus fundamentos.

Así nació el conflicto entre el principio y la certeza. Conflicto que se produce natural e inevitablemente, en el hombre que no indaga. El dogma es la antítesis de la investigación, por ello no pueden existir dogmas científicos, porque se revelarían en ellos contradicciones intrínsecas insalvables, que nos empujarían, paso a paso, o a un conformismo incrédulo o a un fanatismo irracional. Por eso *no podemos dejar de enseñar la libertad*, ni obligar a aprender sin cuestionar. Como formadores, habremos alcanzado verdaderamente el objetivo de nuestro esfuerzo, cuando nuestra juventud sepa hacer preguntas nuevas en vez de dar viejas respuestas.

Galileo Galilei reivindicó la validez del experimento como vía de acceso a la verdad, rompiendo con una tradición comenzada en el siglo VI antes de Cristo. Luego de veinte siglos de hegemonía mental, el mundo ideal admitía la necesidad de compartir su rango y privilegios con el hecho material. En realidad, lo que la cordura admitía, para bien de los unos y satisfacción de los otros, era la indisoluble simbiosis entre el hecho teórico y el hecho experimental. En el aprendizaje, como en un espejo reductor, nos es fácil reconocer que la observación es fundamental para consolidar el conocimiento. Dicho de otra manera, la historia nos enseña o nos confirma que aprendemos tanto mejor cuanto más claro aparece a nuestros ojos el nexo entre un concepto y su dominio de aplicación.

Sólo después de Galileo, el laboratorio, habitado hasta entonces por esotéricas pociones y alimañas, obtuvo un estatuto particular e impulsó a la química, la física y la medicina, espantando dogmas y creencias, hasta convertirse en el pedestal sobre el que se erigen aquellas, como disciplinas eminentemente científicas.

El encuentro entre las ideas y los hechos, en vez de constituirse en una restricción o cota limitante, abrió nuevos e insospechados senderos al desarrollo de la ciencia y, en particular, al impredecible devenir de la matemática. Gauss, Bolyai y Lovachevski, conscientes de penetrar a un mundo diferente, y por esa conciencia, doblemente libres, hicieron ingresar al hombre en el dominio de estructuras alternativas, geometrías no euclidianas, cuya aparente irrealidad es, en algunos casos, paradójicamente imaginaria. Esto porque justamente la física del siglo XX echó mano de la no intuitiva geometría riemanniana para alcanzar una nueva etapa en la explicación de los fenómenos espacio-temporales.

Una nueva matemática, creativa y auto sustentada, extendió su actividad, por los cuatro costados del quehacer científico, tramontando vallas, anteriormente insuperables, y respondiendo a cuestiones afamadas otrora inexplicables. Así se resolvió el problema de la expresión por radicales de los ceros de un polinomio de grado mayor a 4, el cálculo de extremos, la determinación de arcos, superficies y volúmenes, la definición general de la continuidad y otros conceptos topológicos, la aritmética de los números transfinitos, la construcción de geometrías axiomáticas y, recientemente, la clasificación de los grupos simples y la demostración del teorema de Fermat. Estos, contados entre innumerables y valiosos resultados, tan importantes para la ciencia los unos como los otros.

Pero el viento de libertad que impulsó ese feroz movimiento de creatividad, tomó y toma aire de la relación permanente y estrecha con los hechos. Hechos del mundo exterior dicho "real" en primera instancia, y hechos científicos de las otras disciplinas del saber humano, en segunda instancia. Porque, aunque la validez de un resultado matemático es dependiente única y exclusivamente de su entorno axiomático, *su importancia se mide en función del impacto que produce*, directa o indirectamente, en su entorno real.

No debemos, entonces, dejarnos engatusar por los bellos contornos de una matemática solterona, aparentemente sin ataduras sociales, porque esa matemática no existe. Toda la matemática está plagada de dependencias físicas, económicas, sociales, biológicas, químicas, de ingeniería, etc., dependencias que contrajo, al tomar la realidad como fuente de inspiración y motivación fundamental, en su desarrollo y en la elección de sus líneas de investigación. Así pues, tarde o temprano, toda elucubración matemática tiene que dar cuenta y explicación de sus esfuerzos a quienes la sustentan: los seres humanos.

Por ello, la matemática del mundo actual es tan soñadora como pragmática. Compleja, tiene necesidad de organizarse en grupos de trabajo y aunar tendencias, para tener oportunidades de crecimiento y hacer posible la obtención de resultados. El matemático genial y solitario es, hoy como antes, una excepción, cuyo aporte ha dejado de ser, en el mundo acelerado de nuestro tiempo, principal aporte en el avance de nuestra ciencia. Los equipos de trabajo, multiplicando sus intentos, suman sus pasos. Así la matemática avanzará diseminada y pujante sobre la faz de la tierra.

Por consiguiente, desde su tierna infancia, el niño debe tener la oportunidad de trabajar con otros, de descubrir con otros, de unir su esfuerzo al esfuerzo de otros para alcanzar el fruto pretendido. Para él será una manera inmejorable de practicar la honestidad, de adquirir un sentido de responsabilidad para sus actos y de aprender tanto a dar como a recibir.

Por todo lo dicho, el alumno tiene que tener la oportunidad de sentir el puente invisible que une la teoría y la práctica, el principio y su aplicación, dándose cuenta día tras día de que forma parte de un universo que debe descubrir provisto de una herramienta llamada *ciencia* como el marinero que cruza el océano provisto de una brújula.

¿Y nosotros, los maestros?... Nosotros tenemos la misión de motivar el encuentro entre el alumno y la matemática, siendo ésta la ciencia que más se nutre del alma humana. Tenemos la tarea de enseñarla, sí, pero sobre todo de compartirla.

Referencias

[1] Nicolas Bourbaki. *Histoire des Mathématiques*. Hermann, 1974.

[2] Ronald Calinger. *A contextual history of Mathematics*. Prentice Hall, 1999.

[3] Stephan Körner. *The philosophy of Mathematics*. Dover P. Inc., N.Y., 1986.