

Desempeño y Robustez de la Respuesta de un AVR con PID Optimizado Mediante el Algoritmo Seno Coseno (SCA)

Performance and Robustness of the Response of an AVR with Optimized PID Using the Sine Cosine Algorithm (SCA)

Raúl Roque Yujra¹ & Francisco Javier Triveno Vargas²

Automatización y Control, Bolivia ¹Universidad Católica Boliviana “San Pablo”, Sede Cochabamba ²

raul-roque-y@hotmail.com

Resumen: Este trabajo presenta el análisis del comportamiento, desempeño y robustez del sistema de control de lazo cerrado de un Regulador Automático de Tensión (AVR) a través de un controlador PID del tipo dependiente (ANSI/ISA), donde las ganancias proporcional, integral y derivativa se sintonizan empleando dos métodos, el método de optimización meta heurística denominado Algoritmo Seno Coseno (Sine-Coseno Algorithm) y el método de última ganancia de Ziegler-Nichols. Son presentados los modelos del AVR y el controlador, son realizadas simulaciones empleando el software MatLab-Simulink®. Finalmente, son presentados resultados de simulación entre los dos métodos aquí descritos.

Palabras clave: AVR, PID, Optimización, Algoritmo Seno-Coseno

Abstract: This work presents the analysis of the behavior, performance and robustness of the closed loop control system of an Automatic Voltage Regulator (AVR) through a dependent type PID controller (ANSI/ISA), where the proportional, integral and derivative gains are tuned using two methods, the meta-heuristic optimization method called the Sine-Cosine Algorithm and the Ziegler-Nichols last-gain method. The models of the AVR and the controller are presented, simulations are carried out using the MatLab-Simulink® software. Finally, simulation results between the two methods presented are provided.

Keywords: AVR, PID, Optimization, Seno-Coseno Algorithm

1 Introducción

Durante las últimas décadas, las técnicas de control de procesos en la industria han tenido grandes avances, se han estudiado numerosos métodos de control, como el control adaptativo, el control neuronal y el control difuso; entre ellos, el más popular es el controlador PID (Proporcional Integral-Derivativo), que es

ampliamente utilizado en la industria debido a su estructura simple y desempeño robusto en una amplia gama de condiciones de operación (2).

Desafortunadamente, ha sido bastante difícil ajustar las ganancias de los controladores PID porque muchas plantas industriales a menudo se ven abrumadas por problemas como orden alto, retrasos de tiempo y no linealidades (4). A lo largo de los años, se han propuesto varios métodos heurísticos para la sintonización de controladores PID y modificaciones a su estructura básica (1, 3).

En este sentido, técnicas de optimización permiten encontrar la mejor solución posible para un determinado problema y por ende valores óptimos para maximizar o minimizar una determinada salida pueden ser determinados. La gran mayoría de los problemas de optimización con implicaciones prácticas en la ciencia, la ingeniería, la economía y los negocios son muy complejos y difíciles de resolver. Dichos problemas no pueden resolverse de manera exacta utilizando métodos de optimización clásicos, entonces bajo estas circunstancias, los métodos de algoritmos meta heurísticos se han establecido como una solución alternativa tal como el Algoritmo Seno-Coseno introducido por Mirjalili (5), el cual será empleado en el presente trabajo para sintonizar las ganancias de un controlador PID como parte de la estructura de control de un AVR.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma: en la sección 2 se describe el controlador PID, su algoritmo y requisitos de desempeño para un sistema de lazo cerrado. En la sección 3 se describe el AVR junto a cada uno de los elementos de su estructura. La sección 4 describe el Algoritmo de optimización Seno-Coseno. La sección 5 presenta el algoritmo SCA para sintonizar el controlador PID. Finalmente, algunos resultados de simulación son presentados.

2 Controlador PID

Dado el error $e(t) = r(t) - y(t)$ y la salida $u(t)$. El controlador PID ideal no interactivo o dependiente (ANSI/ISA) (6) es dado por:

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (1)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación (1) el controlador PID es reescrito como:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (2)$$

$$G_c(s) = \frac{K_p (T_i T_d s^2 + T_i s + 1)}{T_i s} \tag{3}$$

Observando la ecuación (3) se verifica que el controlador PID aumenta dos ceros y un polo a la función de transferencia de lazo abierto que representa la planta.

Para sintonizar las ganancias del controlador PID, se pueden aplicar diferentes métodos, el más conocido es el desarrollado por **Ziegler-Nichols** en el cual se debe obtener la ganancia crítica y el periodo crítico correspondiente, para este propósito se hace uso de las reglas presentadas en la Tabla 1:

Tabla 1. Sintonización de PID por **Ziegler-Nichols**

Tipo	K_p	T_i	T_d
Proporcional	$0.5K_c$		
Proporcional - Integral	$0.45K_c$	$T_c / 1.2$	
Proporcional- Integral - Derivativo	$0.75K_c$	$T_c / 1.6$	$T_c / 10$

El desempeño obtenido haciendo el ajuste de ganancias a través del método de Ziegler-Nichols puede ser mejorado haciendo uso de índices de desempeño como el IAE (Integral Absolute Error), el cual se trata de la integral del valor absoluto del error de la variable de control en cuestión. La ecuación (4) presenta este índice.

$$IAE = \int_0^t |e(\tau)| d\tau \tag{4}$$

Los requisitos considerados para el ajuste de controladores tipo PID son presentados en la Tabla 2, los cuales fueron tomados de Ogata (3).

Tabla 2. Requisitos para el diseño de controladores PID

Requisito	Valores
Máximo Sobrepaso	$M_p < 10\%$
Tiempo de Elevación	$t_r < 1s$
Tiempo de Establecimiento	$t_s < 3s$

Tiempo pico	$t_p < 2s$
Amortiguación	$\zeta \geq 0.4$
Margen de Ganancia	$Mg > 10dB$
Margen de Fase	$Mf > 45^\circ$

3 Regulador automático de tensión (AVR)

En los sistemas de potencia, el voltaje necesita mantenerse dentro de límites definidos y constantes, de lo contrario, el sistema sufre problemas de estabilidad y las cargas se alimentan con voltajes más bajos, por lo que se debe evitar la caída de voltaje en ellos. El AVR está diseñado para controlar y mantener el voltaje constante en terminales del generador mediante la inyección de una corriente de campo.

Un AVR en su forma genérica está compuesto por un amplificador, una excitatriz, un generador y un sensor, cada uno con sus funciones de transferencia específicas. Todos los componentes mencionados son ilustrados en la Figura 1, donde se muestra también el controlador PID.

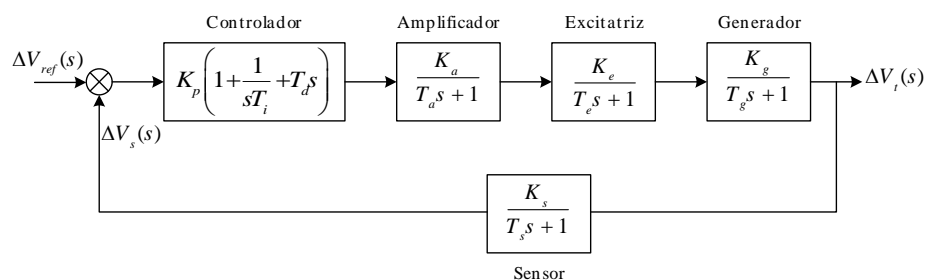


Figura 1: Sistema AVR con control PID

En los trabajos de Hekimoglu (7) y Padiachy et al (10), son especificados los valores de cada uno de los parámetros del modelo AVR. Estos valores son presentados en la Tabla 3.

Tabla 3. Parámetros y valores del Sistema AVR

Componente	Límites para Ganancia y Contantes de tiempo	Valores empleados
Amplificador	$10 \leq K_a \leq 40, 0.02 \leq T_a \leq 0.1$	$K_a = 10,$ $T_a = 0.1$
Excitatriz	$1 \leq K_e \leq 10, 0.4 \leq T_e \leq 1$	$K_e = 1, T_e = 0.4$
Generador	$0.7 \leq K_g \leq 1, 1 \leq T_g \leq 2$	$K_g = 1, T_g = 1$
Sensor	$1 \leq K_s \leq 2, 0.001 \leq T_s \leq 0.06$	$K_s = 1,$ $T_s = 0.01$

4 Optimización basada en el algoritmo seno coseno (SCA)

El SCA es desarrollado en el año 2016 por Mirjalili (5), en donde se expone este algoritmo para resolver problemas de optimización utilizando una técnica basada en la población, la cual busca estocásticamente los óptimos de los problemas en un conjunto de soluciones aleatorias, el óptimo es evaluado en ciertas iteraciones por una función objetivo para aumentar la probabilidad de encontrar el punto óptimo global. En otras palabras, la formulación matemática del SCA está basada en las funciones seno y coseno para explorar y explotar el espacio entre dos soluciones en el espacio de búsqueda y encontrar las mejores soluciones posibles (oscila dentro o fuera de la mejor solución.) (5).

Pese a que el algoritmo de senos y cosenos fue propuesto y expuesto hace pocos años, en la literatura se pueden encontrar diversas aplicaciones para el SCA en distintas áreas de aplicación.

Las fases de exploración y explotación son incluidas en las siguientes ecuaciones

$$X_i^{t+1} = \begin{cases} X_i^t + r_1 \sin(r_2) |r_3 P_i^t - X_i^t|, & r_4 < 0.5 \\ X_i^t + r_1 \cos(r_2) |r_3 P_i^t - X_i^t|, & r_4 \geq 0.5 \end{cases} \quad (5)$$

Donde X_i^t es el *i-esimo* vector solución de la iteración t , $| \cdot |$ corresponde al valor absoluto; en la ecuación (5), r_1 es el parámetro que decide el movimiento de la próxima posición, la cual puede estar en el espacio entre la solución y destino o

fuera del él, este trabajo adopta el intervalo entre $[-2, 2]$ que permite doblar el valor máximo del seno y el coseno, r_2 es un numero aleatorio entre un rango de $[0, 2\pi]$ que define la amplitud del movimiento hacia el destino o fuera del este; r_3 es un parámetro que proporciona un peso aleatorio para enfatizar el destino ($r_3 > 1$) o restarle importancia ($r_3 < 1$), su valor está dentro del intervalo $[0, 1]$ y r_4 es un parámetro que puede conmutar entre las funciones seno y coseno y también está entre $[0, 1]$. Finalmente, P_i^t es la proposición del punto destino de la *i*-ésima solución de la iteración *t*.

Un algoritmo debería poder equilibrar la exploración y la explotación para encontrar la región más prometedora del espacio de búsqueda y, finalmente, converger al óptimo global. Para equilibrar la exploración y la explotación, el rango de seno y coseno en las ecuaciones (5) se cambia adaptativamente usando la siguiente relación:

$$r_1 = a - t \frac{a}{T} \quad (6)$$

Donde *t* es la iteración actual, *T* es el número total de iteraciones y *a* es una constante de valor igual a 2, con estos valores se puede verificar que su valor decrece linealmente desde y hasta 0.

5 Aplicación de optimización al PID del AVR

En general, la metodología de diseño del controlador PID que utiliza el error absoluto integrado (IAE), el error cuadrático integral (ISE) o el error cuadrático ponderado en el tiempo (ITSE), a menudo es empleada en el diseño del sistema de control porque se puede evaluar analíticamente en el dominio de la frecuencia y en el dominio del tiempo. Los tres criterios de rendimiento integral en el dominio del tiempo y la frecuencia tienen sus propias ventajas y desventajas. Por ejemplo, una desventaja de los criterios IAE e ISE es que su minimización puede dar como resultado una respuesta con un sobrepaso relativamente pequeño, pero con un tiempo de establecimiento largo porque el criterio de desempeño ISE pondera todos los errores por igual independientemente del tiempo. Aunque el criterio de desempeño ITSE puede superar la desventaja del criterio ISE, los procesos de derivación de la fórmula analítica son complejos y requieren mayor tiempo.

De esta forma, la función a ser optimizada es dada por la ecuación (7):

$$\text{Min } J(K_p, T_i, T_d) = \int_0^t |e(\tau)| d\tau \tag{7}$$

Finalmente, la Figura 2 ilustra la estructura de simulación implementada en este trabajo.

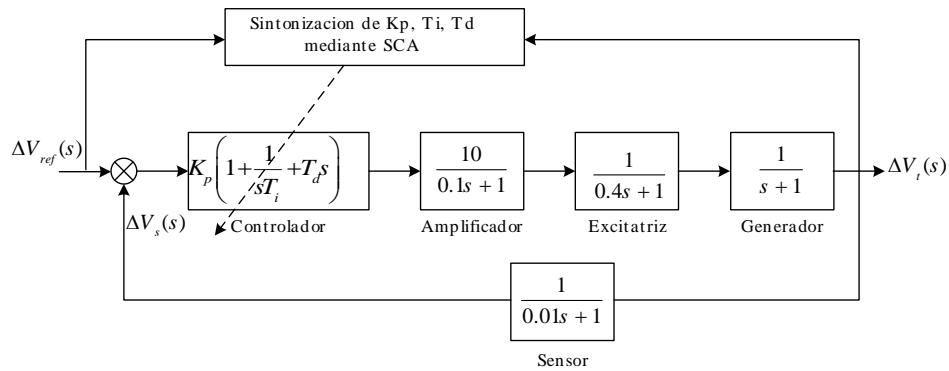


Figura 2: Esquema de Control para la sintonía del PID AVR mediante SCA

6 Resultados de simulación

La primera simulación realizada corresponde al sistema de lazo cerrado es decir el AVR sin controlador PID. La Figura 3 ilustra la respuesta a escalón en donde se verifica el comportamiento oscilatorio del mismo debido justamente a la falta de control.

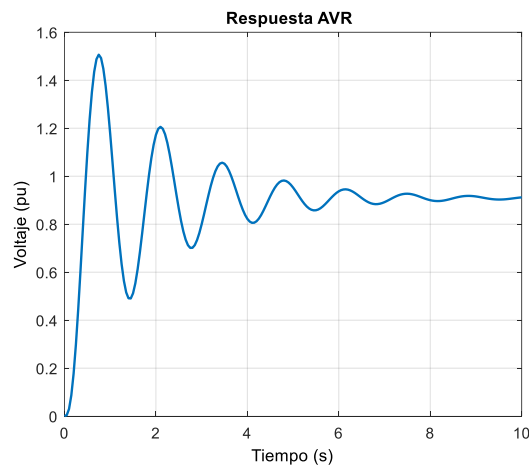


Figura 3: Respuesta a escalón del AVR sin controlador

El comportamiento oscilatorio sub-amortiguado (factor de amortiguamiento menor a 1), presenta un error en estado estacionario de aproximadamente 10% con un tiempo de estabilización o asentamiento mayor a 10 segundos y con un sobre paso del 65%. En este sentido, el desempeño de este AVR está lejos de presentar un comportamiento adecuado.

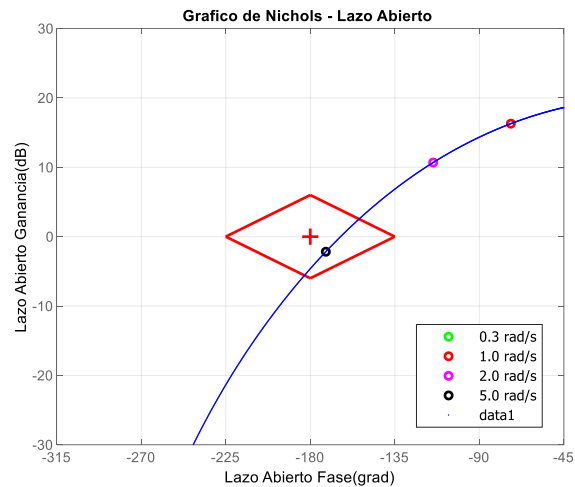


Figura 4: Diagrama de Nichols del AVR sin controlador

Adicionalmente, la Figura 4 ilustra la carta de **Nichols** (8, 9) que aporta información en el dominio de la frecuencia, la misma muestra un margen de ganancia y de fase reducido que compromete la robustez del sistema. Los valores que se pueden extraer de la Figura 4 corresponden a un margen de ganancia de 4.62 dB y margen de fase de 16.10 grados, valores mucho menores a los requisitos.

La Tabla 4 se resume los parámetros en forma de desempeño del sistema AVR en lazo cerrado sin la presencia del controlador PID.

Tabla 4. Parámetros de desempeño del sistema AVR sin PID

Parámetros	Valores
Máximo Sobrepasso	$M_p = 65.20\%$
Tiempo de Elevación	$t_r = 0.25s$

Tiempo de Establecimiento	$t_s = 7s$
Tiempo pico	$t_p = 0.75s$
Margen de Ganancia	$Mg = 4.62dB$
Margen de Fase	$Mf = 16.10^\circ$

En seguida, empleando el método de **Ziegler-Nichols** se obtienen los siguientes valores para las ganancias del controlador PID (ver Tabla 1): $K_p = 1$, $T_i = 1.3409$, $T_d = 0.41557$. El procedimiento es detallado en Ogata (3).

Finalmente, para la sintonía por optimización a través del algoritmo Seno-Coseno, se parte de las siguientes condiciones iniciales:

Tabla 5. Parámetros para la optimización vía SCA

Parámetros	Valores
Población	$i = 40$
Numero de Iteraciones	$t = 100$
Rango Ganancia Proporcional	$K_p = [0.3, 1]$
Rango Tiempo Integral	$T_i = [0.3, 1]$
Rango Tiempo Derivativo	$T_d = [0.3, 1]$
Función de minimización	$Min J = \int_0^t e(\tau) d\tau$

Ahora, empleando el SCA se obtiene el valor mínimo de la función $Min J(K_p, T_i, T_d) = \int_0^t |e(\tau)| d\tau$. La característica de convergencia y las iteraciones son ilustradas en la Figura 5.

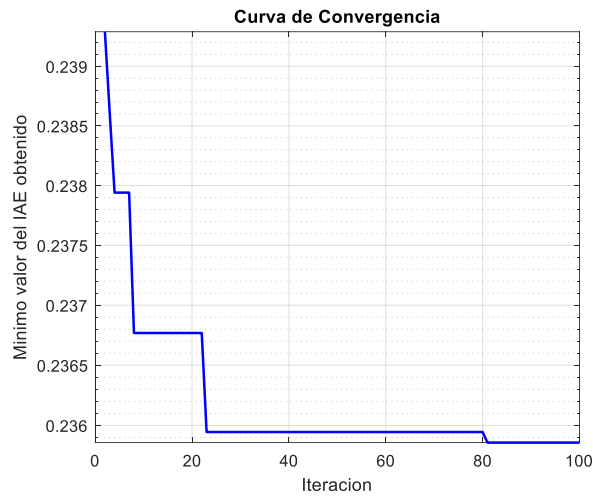


Figura 5: Convergencia e iteraciones del algoritmo SCA

Realizada la sintonía de las ganancias del PID para los dos métodos presentados, es realizada la respectiva comparación cuantitativa cualitativa. La diferencia de valores para las ganancias de los métodos es presentada en la Tabla 5.

Tabla 6. Ganancias de controlador PID

Ganancias	Ziegler-Nichols	SCA
Ganancia Proporcional	$K_p = 1$	$K_p = 1$
Tiempo Integral	$T_i = 1.3409s$	$T_i = 1.2863s$
Tiempo Derivativo	$T_d = 0.4155s$	$T_d = 0.4230s$

La Figura 6 ilustra la respuesta a escalón del sistema AVR sin controlador PID y con los dos PID sintonizados. En esta respuesta se verifica que el AVR con PID cuyas ganancias fueron obtenidas empleando el algoritmo SCA presenta mejores valores de índices de desempeño comparado con su par obtenido mediante **Ziegler-Nichols**, tal como lo muestra la Tabla 7.

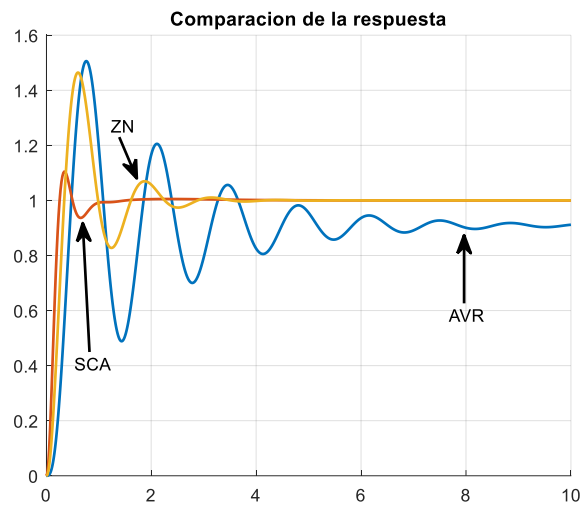


Figura 6: Respuesta a escalón del sistema sin controlador y con controlador

La Figura 7 ilustra la carta de Nichols con las tres respuestas, AVR sin controlador, AVR con PID sintonizado empleando el método de **Ziegler-Nichols** y finalmente, el AVR con PID sintonizado a través del algoritmo de optimización SCA.

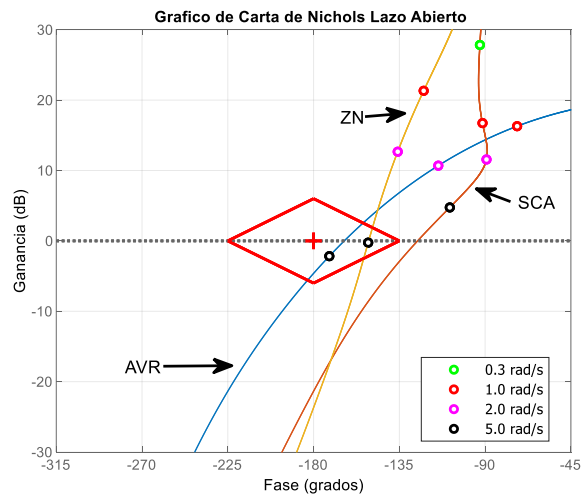


Figura 7: Carta de Nichols para el sistema con y sin controlador

Los valores de desempeño para las sintonías vía Ziegler-Nichols y SCA, son presentados en la Tabla 6.

Tabla 7. Comparación de Resultados de Simulación Ziegler-Nichols vs SCA

Parámetros	Ziegler Nichols	SCA
Máximo Sobrepasso	$M_p = 46.49\%$	$M_p = 10.1\%$
Tiempo de Elevación	$t_r = 0.25s$	$t_r = 0.24s$
Tiempo de Establecimiento	$t_s = 3.1s$	$t_s = 1.35s$
Tiempo pico	$t_p = 0.6s$	$t_p = 0.31s$
Margen de Ganancia	$Mg = 25.5dB$	$Mg = 23dB$
Margen de Fase	$Mf = 29.98^\circ$	$Mf = 50.2^\circ$

En la Tabla 6 se verifican los valores del margen de ganancia y de fase para los dos casos presentados. El algoritmo SCA es el que presenta mejor desempeño que Ziegler-Nichols, debido a que el margen de fase es 23 dB mayor a los 6 dB exigidos (3) y un margen de fase de 50 grados valor que se encuentra entre los 45 y 60 grados del requisito.

La robustez para el PID basado en SCA es estudiada considerando diferentes valores de la ganancia K_a . La Figura 8 lustra la respuesta a escalón obtenida para los diferentes casos. Se verifica el aumento del sobre impulso a medida que el valor de K_a aumenta.

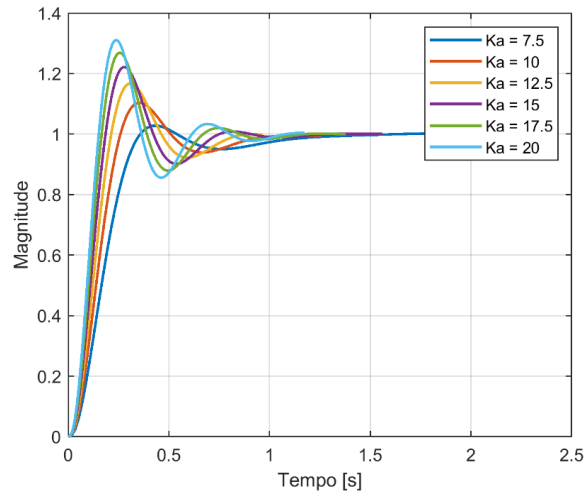


Figura 8: Respuesta al escalón para el controlador SCA y diferentes valores de K_a

La Carta de Nichols para los casos estudiados es lustrada en la Figura 9. Complementando la respuesta a escalón se observa que, para el aumento de K_a , los márgenes de ganancia y fase disminuyen.

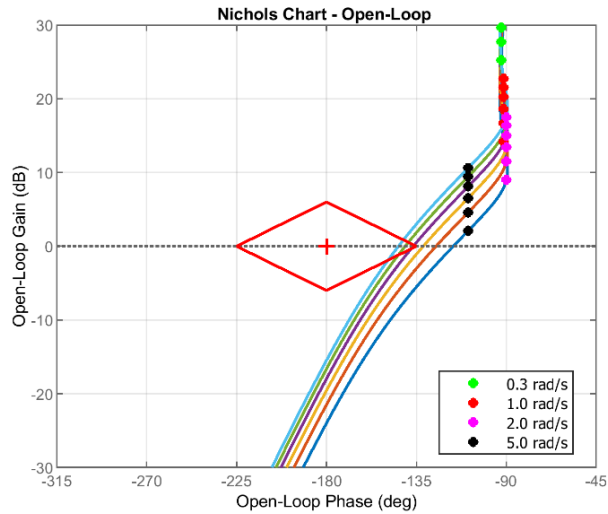


Figura 9: Carta de Nichols para el controlador SCA con diferentes valores de K_a

Finalmente, la Figura 10 ilustra los polos de lazo cerrado donde se verifica que la amortiguación es mayor a 0.4 o está próximo de ese valor cumpliendo los requisitos exigidos. Se debe observar también que uno de los 5 polos se encuentra en -102 por lo que no aparece en el diagrama presentado.

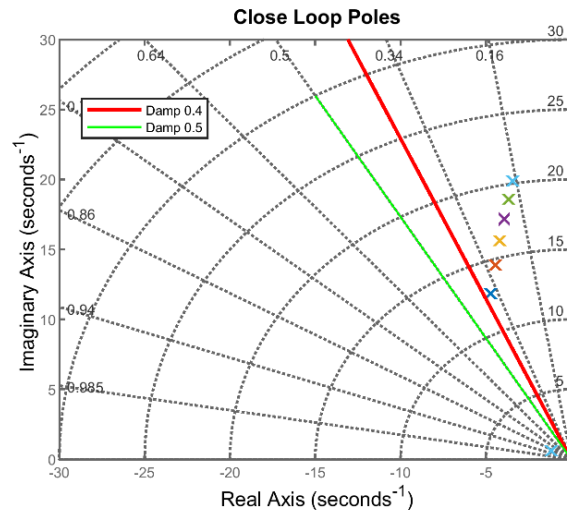


Figura 10: Polos de lazo cerrado

7 Conclusiones

El desarrollo de este trabajo supuso inicialmente el estudio de técnicas de optimización y el objetivo que las mismas persiguen. En secuencia se hizo uso del Algoritmo Seno-Coseno SCA para sintonizar las ganancias del controlador PID, en su forma no interactiva o dependiente (ANSI/ISA). El proyecto integra el algoritmo SCA con la función de optimización de la integral absoluta del error IAE.

Los resultados de simulación obtenidos muestran que el controlador propuesto puede realizar una búsqueda eficiente para determinar las ganancias óptimas del controlador PID. Se realizó la comparación de desempeño en el tiempo y en frecuencia para los dos métodos presentados. Es evidente que el análisis basado en la carta de Nichols si bien no es novedosa, permite extraer valiosa información de robustez en una gráfica. Las simulaciones realizadas permitieron verificar que el algoritmo SCA es superior al método Ziegler-Nichols, por lo que es posible utilizarlo para sintonizar los AVR's industriales presentes en el mercado eléctrico.

Referencias Bibliográficas

- [1] Araki, M. and Taguchi, H. (2003). Two-degree-of-freedom pid controllers. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 1(4), 401–212.
- [2] Lurang, K. and Puangdownreong, D. (2020). Two degree-of freedom pida controllers design optimization for liquid-level system by using modified bat algorithm. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 16(2), 715–782.
- [3] Ogata, K. (2011). *Engenharia de Controle Moderno*. Pearson Education, Quinta Edição.
- [4] Khalil, H.K. (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall Inc., third edition.
- [5] Mirjalili, S. SCA: A Sine Cosine Algorithm for Solving Optimization Problems. *Knowledge-Based Systems*, 2016, 96, 120-133. <https://doi.org/10.1016/j.knosys.2015.12.022>.
- [6] Visioli, (2006). *Practical PID Control*. Series Advances in Industrial Control. Springer. *Electrical Eng. Contr. Theory Applications*, vol. 148, no. 1, pp. 1–8, Jan. 2001.
- [7] Hekimoglu, B. (2018). Sine-cosine algorithm-based optimization for automatic voltage regulator system. *Measurement and Control I-II*, 1–12.
- [8] Gangsaas, D., Hodgkinson, J., and Harden, C. (2008). Multidisciplinary control law design and flight test demonstration on a business jet. 1–25. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*.
- [9] Vargas, F.J.T., de Oliveira Moreira, F.J., and Paglione, P. (2015). Longitudinal stability and control augmentation with robustness and handling qualities requirements using the two degree of freedom controller. 1–11. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*
- [10] Padiachy, V., Mehta, U., Azid, S., Prasad, S., and Kumar, R. (2022). Two degree of freedom fractional pi scheme for automatic voltage regulation. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 30, 1–11.