

- (4) O. Kubaschewski & E. LL. Evans & C. B. Alcock, Metallurgical Thermochemistry, Fourth Edition, enero 1974
- (5) David Gaskell, David Laughlin, Introduction to the Thermodynamics of Materials, Sixth Edition, 2018, Taylor and Francis Group.
- (6) A.K. Biswas and W.G. Davenport, Extractive Metallurgy of copper, Third Edition, 1994, Pergamon.
- (7) T. Rosenqvist, Principles of Extractive Metallurgy, McGraw Hill, CRC Press, First Edition, Enero 1969.
- (8) W.F. Smith, Ciencia e Ingeniería de Materiales, Mac Graw-Hill, Tercera Edición, 1998.
- (9) M. Sanchez, CONCEPTOS DE ECONOMIA CIRCULAR APLICADA A LA PRODUCCION Y USO DE METALES. Curso Fac Ingeniería, Universidad Andres Bello, 2020 (Elaboración propia)
- (10) Sánchez, A. J. (2011). BLOG DEL SEMINARIO DE CIENCIAS. BLOG DEL SEMINARIO DE CIENCIAS. <http://quimicavirgendeatocha.blogspot.com/2011/10/la-industria-del-acido-sulfurico.html>
- (11) M. Sanchez, Use of copper slag for iron alloys fabrication. A circular economy approach for the Chilean metallurgical industry, The 11th Molten Slags, Fluxes and Salts [MOLTEN 2020] May 25-29, 2020, Seoul, Korea
- (12) Oscar López, Recuperación de valor de residuos mineros y de relaves, BioTech Environmental Technologies, https://www.cepal.org/sites/default/files/news/files/oscar_lopez_-_bioteq.pdf
- (13) Ellen Mc Arthur Foundation, Towards the Circular Economy, Vol 1, 2013.
- (14) Ellen Mc Arthur Foundation, Towards the Circular Economy, Vol 2, 2013.
- (15) Ellen Mc Arthur Foundation, Towards the Circular Economy Vol 3, 2014.
- (16) MS15a, Gibbs Free Energy and Phase Diagrams. (n.d.).
- (17) Stratton, P. (2013). Ellingham diagrams—their use and misuse. International Heat Treatment and Surface Engineering, 7(2), 70-73.
- (18) <https://www.t13.cl/noticia/negocios/code-lco-licitara-primer-proyecto-de-minicentral-hidroelectrica-de-relaves-en-el-mundo>
- (19) <https://especial.elcomercio.pe/mineriasostenible/economia-circular-como-se-aplica-en-el-sector-minero/>
- (20) <https://energia.gob.cl/noticias/metropolitana-de-santiago/en-la-rm-se-dio-inicial-plan-piloto-de-la-1era-planta-fotovoltaica-construida-sobre-un-relave-minero-en-el-mundo>

Revista de Medio Ambiente Minero y Minería 6 (1): 33 – 48, Junio 2021. ISSN 2519-5352

APLICACIÓN DE LA SIMULACIÓN DE MONTECARLO A LA EVALUACIÓN PROBABILÍSTICA DE LA ESTABILIDAD DE TALUDES EN ROCA

Rubén Medinaceli Tórrez

Ingeniero Civil y de Minas – r.medinaceli.torrez@gmail.com – Universidad Técnica de Oruro

Rubén Medinaceli Ortiz

Ingeniero de Minas – rmedinaceliortiz@gmail.com – Universidad Técnica de Oruro

RESUMEN

En el presente trabajo, se desarrolla una metodología probabilística, utilizando la simulación de Montecarlo, para evaluar de la estabilidad de un talud en roca en el que la modalidad previsible de fallamiento es la falla en cuña.

Se evalúa la estabilidad del talud seleccionado utilizando el diseño determinístico de taludes, se calcula el factor de seguridad de dicho talud.

Posteriormente se desarrolla una metodología para el diseño probabilístico del talud considerado en el caso de estudio. Para el efecto se sigue paso a paso el método recomendado por la simulación de Montecarlo para la solución de problemas.

Finalmente, se efectúan los experimentos de simulación con el modelo de simulación construido. Los resultados obtenidos permiten inicialmente validar el modelo de simulación.

El diseño determinístico del talud considerado en el caso de estudio, determina un factor de seguridad igual a 1,6; en otras palabras, el diseño determinístico señala que el talud es estable (factor de seguridad superior a 1). El diseño probabilístico del talud señala que la media de los factores de seguridad obtenidos en cada uno de los mil experimentos realizados con el modelo de simulación, es igual a 2,922 y que la probabilidad de falla de dicho talud es igual a 0,178 o 17,8%. Esta probabilidad refleja la confiabilidad del diseño; su estimación ha sido posible gracias a la aplicación de la simulación de Montecarlo.

En la investigación efectuada, se ha visto la simplicidad conceptual de la simulación de Montecarlo; esta característica sumada a la tecnología informática disponible en la actualidad, han incrementado notablemente su popularidad. Por tanto, los ingenieros bolivianos, particularmente los ingenieros de minas, los ingenieros civiles y los ingenieros geotécnicos tienen a la mano una herramienta conceptualmente simple para mejorar sus diseños, ingresando al diseño probabilístico.

Palabras clave: Simulación, Montecarlo, Estabilidad, Taludes, Roca.

APPLICATION OF THE MONTECARLO SIMULATION TO THE PROBABILISTIC ASSESSMENT OF THE STABILITY OF SLOPES ON ROCK

ABSTRACT

In the present work, a probabilistic methodology is developed, using the Monte Carlo simulation, to evaluate the stability of a rock slope in which the foreseeable failure mode is the wedge fault.

The stability of the selected slope is evaluated using the deterministic design of slopes, the safety factor of said slope is calculated.

Subsequently, a methodology is developed for the probabilistic design of the slope considered in the case study. For this purpose, the method recommended by the Monte Carlo simulation for problem solving is followed step by step.

Finally, the simulation experiments are carried out with the simulation model built. The results obtained can obtain the simulation model.

The deterministic design of the slope considered in the case study determines a safety factor equal to 1.6; In other words, the deterministic design indicates that the slope is stable (safety factor greater than 1). The probabilistic design of the slope indicates that the mean of the safety factors obtained in each of the thousand experiments carried out with the simulation model is equal to 2.922 and that the probability of failure of said slope is equal to 0.178 or 17.8 %. This probability reflects the reliability of the design; its estimation has been possible thanks to the application of the Monte Carlo simulation.

In the research carried out, the conceptual simplicity of the Monte Carlo simulation has been seen; This feature added to the computer technology available today, have notably increased its popularity. Therefore, Bolivian engineers, particularly mining engineers, civil engineers and geotechnical engineers have at hand a conceptually simple tool to improve their designs, entering probabilistic design.

Keywords: Simulation, Monte Carlo, Stability, Slopes, Rock.

INTRODUCCIÓN

En una disciplina como la geotecnia, en la que la incertidumbre juega un papel importante, el ingeniero está obligado a buscar soluciones viables y confiables. Así, uno de los aspectos clave en el ámbito de la ingeniería de taludes es la evaluación de la estabilidad de un talud. En la mayor parte de los casos, esta evaluación se basa exclusivamente en la experiencia y la capacidad de cálculo del ingeniero encargado;

desafortunadamente, este tipo de evaluación puede llevar a diseños poco confiables.

Frente a esto, el uso de técnicas de naturaleza probabilística en el diseño geotécnico resulta adecuado para la gestión de la incertidumbre y la estimación del riesgo asociado a un diseño.

Una de dichas técnicas es la simulación de Montecarlo. En esta técnica, algunas variables de entrada del diseño determinístico, son consideradas como variables aleatorias con cierto comportamiento probabilístico (función de

densidad de probabilidad); se generan valores aleatorios para cada una de estas variables y se introducen estos valores en el modelo determinístico que consiste en una ecuación o un conjunto de ecuaciones, generándose de esta manera varios valores para la variable de salida; generalmente, el factor de seguridad. Estos valores permiten asignar probabilidades, por ejemplo, de falla a un determinado diseño.

Los ingenieros encargados de desarrollar la ingeniería de taludes, saben que las propiedades geológicas de la roca varían de una ubicación a otra y que también pueden cambiar con el tiempo; en otras palabras, los datos obtenidos en cierto lugar no aseguran la información en otro lugar.

De igual manera, ellos conocen que la cuantificación de las propiedades mecánicas de la roca, particularmente en este caso la resistencia de la roca al corte, está basada en los resultados de pruebas de laboratorio; en estas pruebas, difícilmente pueden reproducirse las condiciones reales del terreno por una serie de factores que tienen que ver con el número de pruebas realizadas, los errores cometidos durante el muestro, las perturbaciones durante las pruebas de laboratorio, el procesamiento de los datos obtenidos en el laboratorio y otros.

En atención a dicha preocupación se han desarrollado varios métodos probabilísticos para asociar a los factores de seguridad de un método determinístico, niveles de confiabilidad en términos de probabilidad.

La simulación de Montecarlo ha ganado popularidad principalmente debido a su simplicidad conceptual; este método básicamente crea modelos probabilísticos, a partir de datos de campo, para las variables con mayor incertidumbre asociada (p.e. ángulo de fricción, cohesión) y utiliza estos modelos para generar una gran cantidad valores del factor de seguridad correspondientes a valores críticos de los parámetros decisivos (buzamiento de la cara del talud, altura del talud, presencia de agua y otros) en la estabilidad de un talud; para

posteriormente estimar la probabilidad de falla del talud.

En esta línea, se decidió estudiar la estabilidad del imponente talud existente en la zona sud de la ciudad de Oruro (serranías de Oruro entre las calles Washington y Camacho).

OBJETIVO

Reforzar la evaluación de la estabilidad de un talud en roca donde se prevé una falla en cuña, complementando el método determinístico utilizado actualmente con un análisis probabilístico de la estabilidad del talud, recurriendo para el efecto a la simulación de Montecarlo.

DISEÑO DETERMINÍSTICO DEL TALUD – CASO DE ESTUDIO

Se efectúa el diseño determinístico del talud relacionado con el caso de estudio.

Tal como se dijo anteriormente, el talud considerado en el caso de estudio se encuentra en la zona sud de la ciudad de Oruro (“Cerros de Oruro”, calles Camacho y Tomás Frías). La Figura 1 muestra el talud.



Figura 1: Talud – Caso de estudio.

Para fines de diseño del talud, se ha efectuado un mapeo geológico estructural en la zona del talud, se midieron los buzamientos y las direcciones de buzamiento de varias discontinuidades (diaclasas) existentes en el lugar del talud. Se obtuvieron buzamientos y direcciones de buzamiento de 112 discontinuidades. La Tabla 1, muestra los datos obtenidos.

También se midieron el buzamiento y la dirección del buzamiento de la cara dominante del talud y de la superficie superior del talud, datos importantes para el diseño del talud, estos dos datos se muestran en la Tabla.

No.	DIP	DIPDIR	No.	DIP	DIPDIR	No.	DIP	DIPDIR	No.	DIP	DIPDIR	No.	DIP	DIPDIR	No.	DIP	DIPDIR
1	69	105	21	77	15	41	51	178	61	81	325	81	77	35	101	73	190
2	47	355	22	84	20	42	75	140	62	36	230	82	58	255	102	74	50
3	83	304	23	72	155	43	84	220	63	80	316	83	86	60	103	70	330
4	83	97	24	69	14	44	70	125	64	81	170	84	74	220	104	81	280
5	86	330	25	66	7	45	74	228	65	84	325	85	72	310	105	74	280
6	79	115	26	70	180	46	89	155	66	84	315	86	75	40	106	62	345
7	70	18	27	74	18	47	76	225	67	86	137	87	65	10	107	85	68
8	85	135	28	85	174	48	85	338	68	82	320	88	67	310	108	58	330
9	82	15	29	35	230	49	86	312	69	60	145	89	64	310	109	80	60
10	65	195	30	39	350	50	54	15	70	66	295	90	84	44	110	65	60
11	80	210	31	57	77	51	89	345	71	66	40	91	70	220	111	67	128
12	70	85	32	79	140	52	85	150	72	78	300	92	74	320	112	85	232
13	74	110	33	74	138	53	85	270	73	84	300	93	70	50			
14	75	280	34	40	205	54	76	35	74	82	35	94	76	100			
15	74	115	35	54	320	55	76	175	75	84	85	95	70	40			
16	77	112	36	80	30	56	30	65	76	70	320	96	66	25			
17	70	290	37	75	202	57	63	235	77	74	115	97	65	175			
18	67	10	38	76	320	58	84	140	78	85	30	98	75	355			
19	56	275	39	85	320	59	55	52	79	85	240	99	72	325			
20	73	300	40	69	35	60	50	70	80	84	75	100	50	160			

	DIP (°)	DIPDIR (°)
Cara del talud	73	8
Superficie superior del talud	25	15
Álgebra del talud (m)	70	

Tabla 1: Datos generales del talud, el buzamiento de discontinuidades en la zona del talud

La Figura 2 muestra los grandes círculos de las dos mayores concentraciones de polo, también se presentan el buzamiento (DIP) y

la dirección de buzamiento (DIPDIR) de las dos principales familias de discontinuidades. El gráfico se obtuvo con el software DIPS.

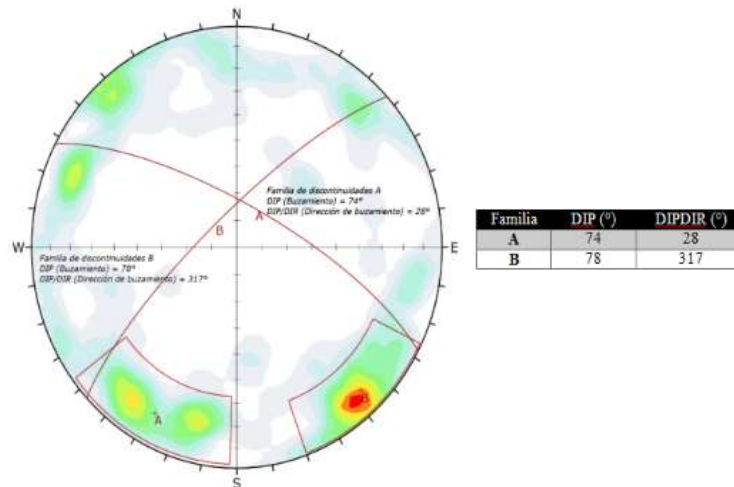


Figura 2: Grandes círculos de las dos principales familias de discontinuidades

Para la obtención de la cohesión y el ángulo de fricción interna de la roca del lugar del talud se realizaron ensayos de corte directo en los cuerpos de prueba.

En el diseño determinístico del talud del estudio de caso se utilizarán los valores promedio de los valores de ángulo de fricción interna y de cohesión obtenidos en los ensayos de corte directo. Estos son: Ángulo de fricción interna: 39°; cohesión: 38 kPa y peso específico de la roca: 20 kN/m³

Las diferentes modalidades de falla en taludes en roca, están asociados con diferentes estructuras geológicas. Es importante que el ingeniero de taludes pueda identificar la potencial modalidad de fallamiento durante las primeras etapas de un proyecto.

La Figura 3 muestra los cuatro tipos de falla, y el típico ploteo de polos de condiciones geológicas que puedan conducir a tales fallas. Se debe tener en cuenta que, al evaluar la estabilidad, debe incluirse en la estereoneta la

cara del talud, ya que el deslizamiento solo puede ocurrir como resultado del movimiento hacia la cara libre creada por el corte.

La importancia de identificar la potencial modalidad de fallamiento es que hay una ecuación o sistema de ecuaciones diferente para cada modalidad. Resulta importante utilizar la ecuación o sistema de ecuaciones correcto en el diseño.

Los diagramas de la Figura 3 han sido simplificados en aras de la claridad. En un talud de roca real, varios tipos de estructuras geológicas pueden estar presentes, y esto puede dar lugar a más tipos de fallas.

En la figura superior, el caso (a) representa una falla plana; el caso (b) representa una falla en cuña por la intersección de dos

discontinuidades; El caso (c) es una falla por volteo; y el caso (d) representa una falla circular.

Tomando en cuenta los valores de buzamiento y dirección de buzamiento de la cara del talud y de la superficie superior del talud (Tabla 1); los valores de buzamiento y dirección de buzamiento de las dos familias principales de discontinuidades (Figura 2) se han representado, en una estereoneta, los grandes círculos correspondientes a la cara del talud, la superficie superior del talud y las dos familias principales de discontinuidades, con finalidad de poder predecir la posible modalidad de fallamiento. Esta estereoneta se muestra en la Figura 4.

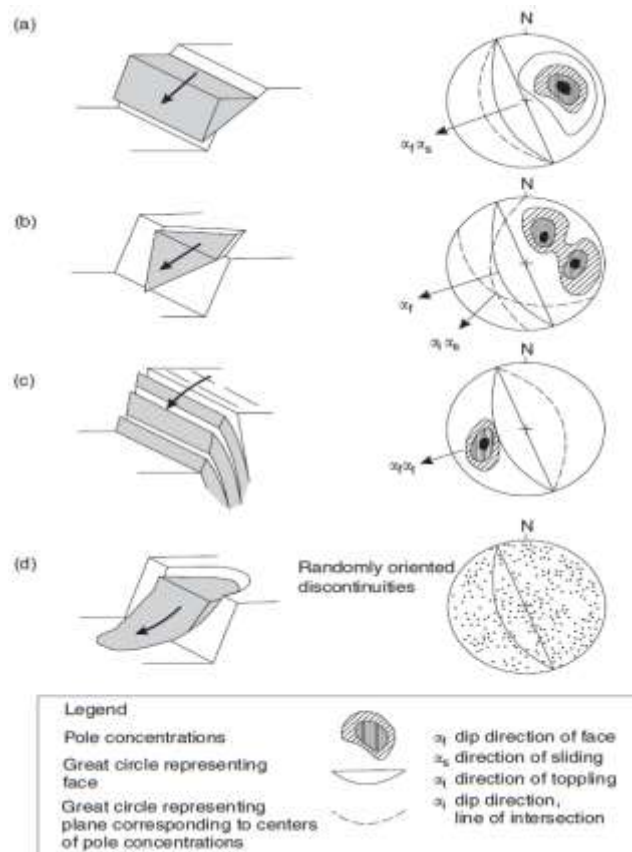


Figura 3: Principales tipos de fallas en taludes y condiciones de geología estructural que pueden causar estas fallas

Fuente: Wyllie y Mah (2004)

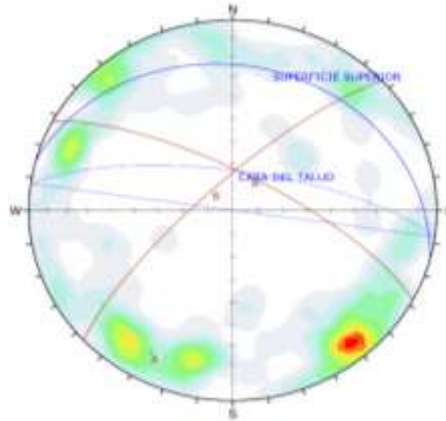


Figura 4: Estereoneta para la predicción de la modalidad de falla.

Comparando con las cuatro modalidades de falla descritas en la Figura 3 con la estereoneta lograda en la Figura 4, es posible identificar la potencial modalidad de fallamiento.

En resumen, vale decir que,

$$\psi_i = 72^\circ$$

El valor del buzamiento de la cara del talud (ψ_{fi}) ha sido medido en el terreno, el valor se encuentra en la Tabla 1. Esto es,

$$\psi_{fi} = 73^\circ$$

El valor del ángulo de fricción interna ha sido obtenido mediante ensayos de corte directo, el promedio de este valor es:

$$\phi = 39^\circ$$

A continuación, se verifica el cumplimiento de condiciones para una falla en cuña,

$$\psi_{fi} > \psi_i > \phi$$

$$73^\circ > 72^\circ > 39^\circ$$

Como se observa, la condición geométrica se cumple, esto significa que, en el talud en estudio, la modalidad potencial de fallamiento es la falla en cuña.

Una vez realizada la predicción de la potencial modalidad de falla (falla en cuña) en el talud de estudio, en el marco del diseño determinístico, se procede a calcular el factor de seguridad del talud.

$$FS = \frac{3}{\gamma_r H_c} (c_A X + c_B Y) + \left(A - \frac{\gamma_w}{2\gamma_r} X \right) \tan \phi_A + \left(B - \frac{\gamma_w}{2\gamma_r} Y \right) \tan \phi_B$$

$$FS = \frac{3}{20 \times 20,211} (38 \times 1,2565 + 38 \times 14,3007) + \left(0,2407 - \frac{9,81}{2 \times 20} \times 1,2565 \right) \tan 39^\circ + \left(0,1207 - \frac{9,81}{2 \times 20} \times 14,3007 \right) \tan 39^\circ$$

$$FS = 1,6$$

El valor obtenido para el factor de seguridad (mayor a 1) permite afirmar que el talud en estudio es estable. Sin embargo, en este caso y en otros, el diseñador se queda con una sensación de duda sobre la estabilidad del talud, ya que está consciente de la incertidumbre asociada a variables tales como la cohesión, el ángulo de fricción interna y el peso específico de la roca del talud.

Precisamente, el diseño probabilístico de un talud en roca, que se desarrolla en el próximo capítulo, permite medir la incertidumbre asociada a las variables mencionadas en términos de la probabilidad de falla.

DISEÑO PROBABILÍSTICO DE TALUDES EN ROCA UTILIZANDO LA SIMULACIÓN DE MONTECARLO – CASO DE ESTUDIO.

Tal como se ha señalado anteriormente, la evaluación probabilística de la estabilidad de un talud en roca ha experimentado una notable evolución en los últimos años. Aun así, el diseño determinístico basado en un factor de seguridad sigue siendo ampliamente utilizado en el diseño de estructuras geotécnicas como son los muros de

contención, las fundaciones, los túneles, los taludes, etc.).

Es conocido que las propiedades geológicas y sobre todo las propiedades mecánicas de la roca varían de una ubicación a otra y pueden cambiar con el tiempo; se sabe además que su cuantificación está basada en los resultados de pruebas de laboratorio; pruebas en las que difícilmente pueden reproducirse las condiciones reales del terreno. En suma, hay una gran incertidumbre asociada a las propiedades geológicas y mecánicas de las rocas.

Los métodos determinísticos asumen que toda la incertidumbre anotada, es tomada en cuenta en los factores de seguridad utilizados en el diseño. Sin embargo, es acertado afirmar que no es posible considerar tanta

incertidumbre en un solo valor como el factor de seguridad.

Por ello, a partir de la década de los años 80 del siglo anterior, las metodologías determinísticas están siendo paulatinamente reemplazadas por enfoques más realistas como son las metodologías probabilísticas.

Entre las metodologías probabilísticas, la simulación de Montecarlo ha ganado bastante popularidad y es esta metodología la que se utilizará en este trabajo para estimar la probabilidad de fallamiento de un talud en roca, donde la modalidad prevista de fallamiento es la denominada falla en cuña.

Para la simulación de Montecarlo, en este trabajo, se seguirá el procedimiento que se muestra en la

Figura 5.

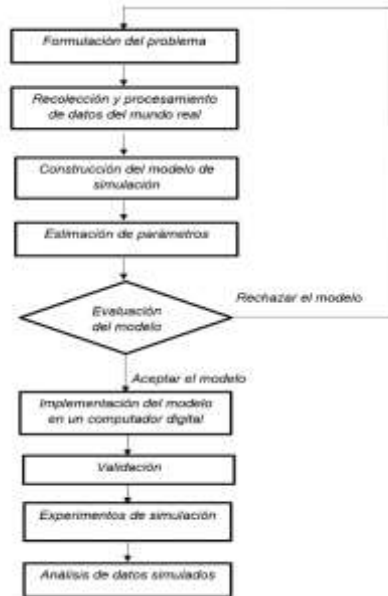


Figura 5: Procedimiento de la simulación de Montecarlo.

El objetivo de la simulación de Montecarlo, en este trabajo, se expresa en la siguiente hipótesis:

Es factible construir un modelo de simulación de Montecarlo, para estimar la probabilidad de fallamiento de un talud en roca, donde la modalidad prevista de fallamiento es la falla en cuña.

Esta hipótesis será aceptada si los resultados obtenidos con el modelo de simulación son coherentes con la realidad.

Un resultado coherente con la realidad es, por ejemplo, que para ángulos de talud bajos y

alturas de cuña pequeñas, la probabilidad de fallamiento sea prácticamente nula o igual a cero; o que para ángulos de talud parados y alturas de cuña grandes, la probabilidad de fallamiento sea grande (prácticamente igual a uno o cien por ciento).

El modelo de simulación utilizará la información correspondiente al imponente talud existente en la zona sud de la ciudad de Oruro (serranías de Oruro entre las calles Washington y Camacho).

Es importante identificar la información requerida para la simulación. Esta puede clasificarse de la siguiente manera:

- Información relacionada con la geometría del talud
- Información vinculada a las propiedades mecánicas de la roca
- Otra información

La construcción del modelo de simulación incluye:

- La definición de variables y parámetros
- La definición de las relaciones funcionales
- La construcción del modelo de simulación en si

Las variables y parámetros utilizados en el modelo de simulación son:

VARIABLES EXÓGENAS

Son también denominadas variables independientes, son variables que introducen información al modelo de simulación y son las siguientes:

psia = Buzamiento del plano A

psib = Buzamiento del plano B

psis = Buzamiento de la superficie superior del talud

psi5 = Ángulo de inclinación de la línea de intersección de los planos A y B

titaab = Ángulo entre los planos A y B

tita24 = Ángulo entre las intersecciones 2 y 4

tita45 = Ángulo entre las intersecciones 4 y 5

tita2a = Ángulo entre la intersección 2 y el plano A

tita13 = Ángulo entre las intersecciones 1 y 3

tita35 = Ángulo entre las intersecciones 3 y 5

tita1b = Ángulo entre la intersección 1 y el plano B

phia = Ángulo de fricción interna del plano A

phib = Ángulo de fricción interna del plano B

ca = Cohesión del plano A

cb = Cohesión del plano B

gamaa = Peso específico del agua

ganar = Peso específico de la roca

VARIABLES DE ESTADO

Son las variables utilizadas al interior del modelo de simulación. En este caso, son las siguientes:

n = Número de experimentos de simulación
$$x = \frac{\sin tita24}{\sin tita45 \cos tita2a}$$

$$y = \frac{\sin tita13}{\sin tita35 \cos tita1b}$$

i = Contador de experimentos de simulación
nf = Número de experimentos de simulación en los que el talud falla

fs = Factor de seguridad

sumfs = Acumulador de factores de seguridad

VARIABLES ENDÓGENAS

Son las variables que recogen los resultados generados por el modelo de simulación. Estas variables son:

pf = Probabilidad del fallamiento del talud

fse = Factor de seguridad promedio

PARÁMETROS

Los parámetros del presente modelo de simulación son:

psitalud = Ángulo de talud

h = Altura talud

hc = Altura de cuña

Vale decir, el modelo de simulación será utilizado en la estimación de las variables endógenas para combinaciones de valores específicos de los parámetros.

RELACIONES FUNCIONALES

Las relaciones funcionales del modelo de simulación incluyen:

- Las características de operación de las variables
- Las identidades que relacionan las variables
- Los supuestos asumidos para posibilitar el modelo de simulación

CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN

Las siguientes variables exógenas, por su naturaleza, son consideradas como variables aleatorias en el modelo de simulación:

phia = Ángulo de fricción interna del plano A

phib = Ángulo de fricción interna del plano B

ca = Cohesión del plano A

cb = Cohesión del plano B

Cada una de estas variables es caracterizada por una distribución probabilística (por una función de densidad de probabilidad).

Se sabe que, si algunas de las variables exógenas son caracterizadas como variables aleatorias, las variables endógenas también son aleatorias.

IDENTIDADES

El modelo de simulación utiliza las siguientes identidades:

$$a = \frac{\cos \psi_{sia} - \cos \psi_{sib} \cos \tau_{itaab}}{\sin \psi_{i5} \sin^2 \tau_{itaab}}$$

$$b = \frac{\cos \psi_{sib} - \cos \psi_{sia} \cos \tau_{itaab}}{\sin \psi_{i5} \sin^2 \tau_{itaab}}$$

$$fs = \frac{3ca}{\gamma_{mar} hc} x + \frac{3cb}{\gamma_{mar} hc} y + \left(a - \frac{\gamma_{maa}}{2 \gamma_{mar}} x \right) \tan \phi_{hia} + \left(b - \frac{\gamma_{maa}}{2 \gamma_{mar}} y \right) \tan \phi_{hib}$$

$$sumfs = sumfs + fs$$

$$efs = \frac{sumfs}{n}$$

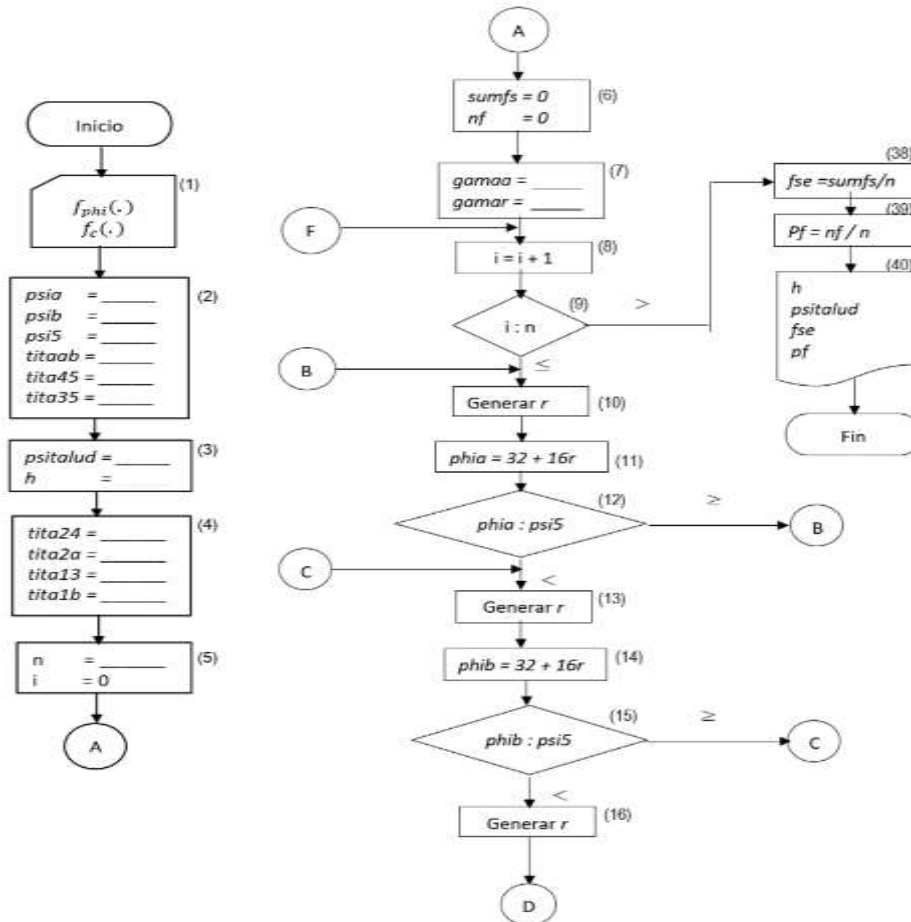
$$pf = \frac{nf}{n}$$

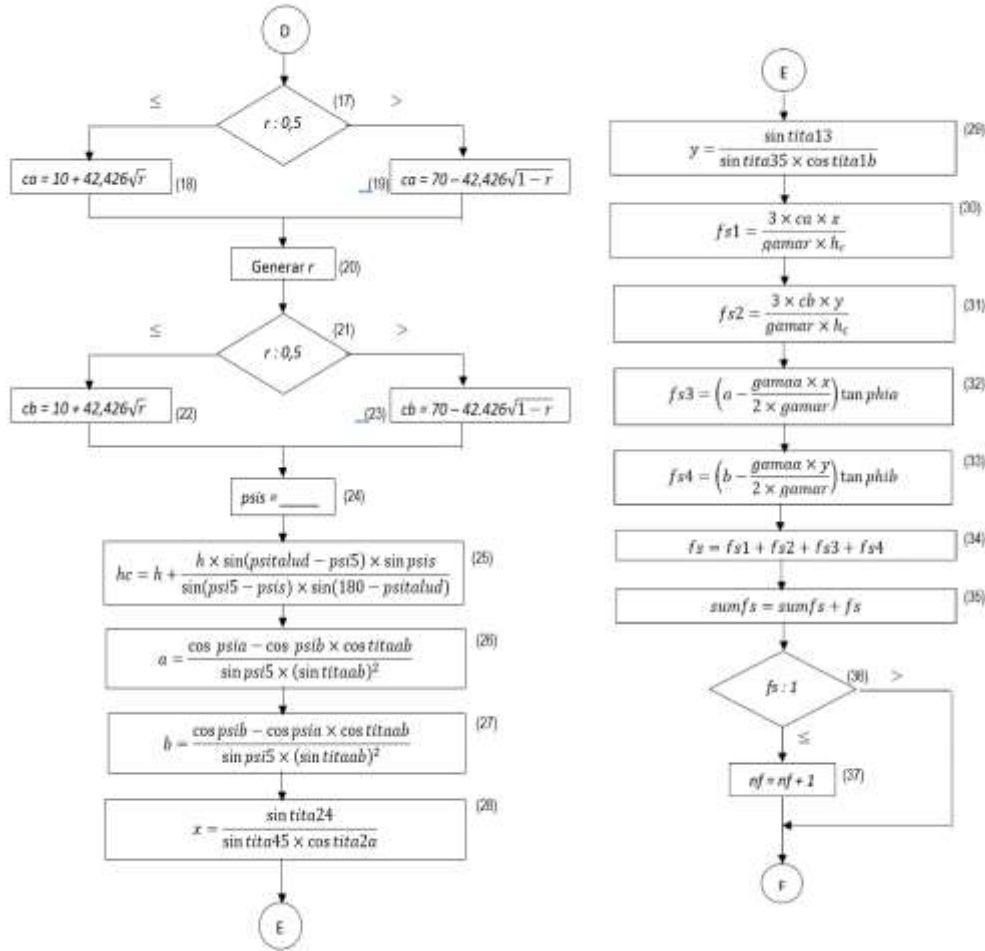
Como supuestos:

- Se asume que la distribución (función de densidad de probabilidad) del ángulo de fricción interna es la misma en ambos planos de deslizamiento.

- De igual manera, se asume que la distribución (función de densidad de probabilidad) de la cohesión de la roca es la misma en ambos planos de deslizamiento.

EL MODELO DE SIMULACIÓN





ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Tal como se señaló en el punto anterior, las siguientes variables exógenas, por su naturaleza, han sido consideradas como variables aleatorias en el modelo de simulación:

ϕ_{ia} = Ángulo de fricción interna del plano A

ϕ_{ib} = Ángulo de fricción interna del plano B

c_a = Cohesión del plano A

c_b = Cohesión del plano B

A continuación, se caracteriza cada una de estas variables aleatorias (ángulo de fricción interna y cohesión de la roca del talud) por una distribución probabilística (o función de

$$\phi_{ia} = a + (b - a)r = 32 + (48 - 32)r = 32 + 16r$$

$$\phi_{ib} = a + (b - a)r = 32 + (48 - 32)r = 32 + 16r$$

Donde:

ϕ_{ia} = Ángulo de fricción interna del plano A

ϕ_{ib} = Ángulo de fricción interna del plano B

r = Número aleatorio que sigue una distribución uniforme en el intervalo (0;1), proporcionado por una fuente generadora de números aleatorios.

densidad de probabilidad), en base a los datos obtenidos a partir de las pruebas de corte directo efectuadas en laboratorio.

ÁNGULO DE FRICCIÓN INTERNA GENERACIÓN DE VALORES ALEATORIOS DE ÁNGULO DE FRICCIÓN INTERNA

Habiendo visto que los valores de ángulo de fricción interna de la roca del talud siguen una distribución uniforme con $a=32^\circ$ y $b=48^\circ$, en la simulación, los valores del ángulo de fricción interna de los planos A y B que forman la cuña en el talud, serán generados utilizando las siguientes expresiones:

La Figura 6 muestra un histograma de 10000 valores de ángulo de fricción interna generados utilizando los generadores

anotados; dicho histograma fue generado con Matlab. Nótese que la forma de este histograma es la esperada.

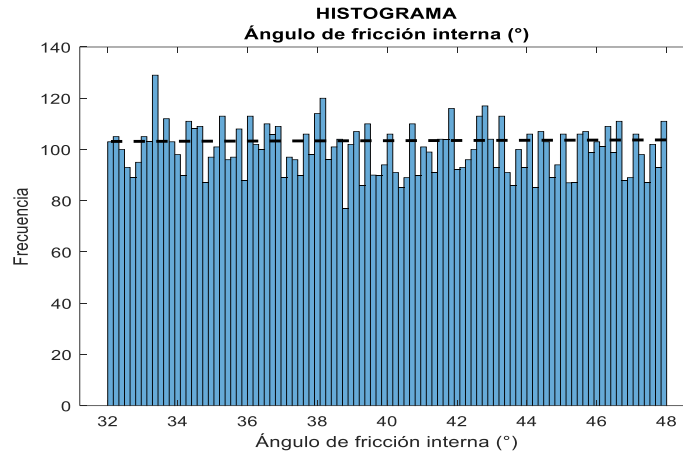


Figura 6: Histograma de valores aleatorios de ángulo de fricción interna

**COHESIÓN
GENERACIÓN DE VALORES
ALEATORIOS DE COHESIÓN**

Ya que los valores de cohesión de la roca del talud siguen una distribución triangular con

$a=10, b=40$ y $c=70$; en los experimentos de simulación, los valores de cohesión en los planos A y B que forman la cuña en el talud, serán aleatoriamente generados utilizando las siguientes expresiones:

Siendo,

$$\frac{b - a}{c - a} = \frac{40 - 10}{70 - 10} = 0,5$$

Se tiene que,

$$c_a = a + \sqrt{(c - a)(b - a)r} = 10 + 42,426\sqrt{r}; si r \leq 0,5$$

$$c_a = c - \sqrt{(c - a)(c - b)(1 - r)} = 70 - 42,426\sqrt{1 - r}; si r > 0,5$$

De igual manera,

$$c_b = a + \sqrt{(c - a)(b - a)r} = 10 + 42,426\sqrt{r}; si r \leq 0,5$$

$$c_b = c - \sqrt{(c - a)(c - b)(1 - r)} = 70 - 42,426\sqrt{1 - r}; si r > 0,5$$

Donde:

c_a = Cohesión de la roca en el plano A

c_b = Cohesión de la roca en el plano B

r = Número aleatorio que sigue una distribución uniforme en el intervalo (0;1), proporcionado por una fuente generadora de números aleatorios.

La Figura 7 muestra un histograma de 1000 valores de ángulo de fricción interna generados utilizando los generadores

anotados; dicho histograma fue generado con Matlab.

Note que la forma de este histograma es la esperada.

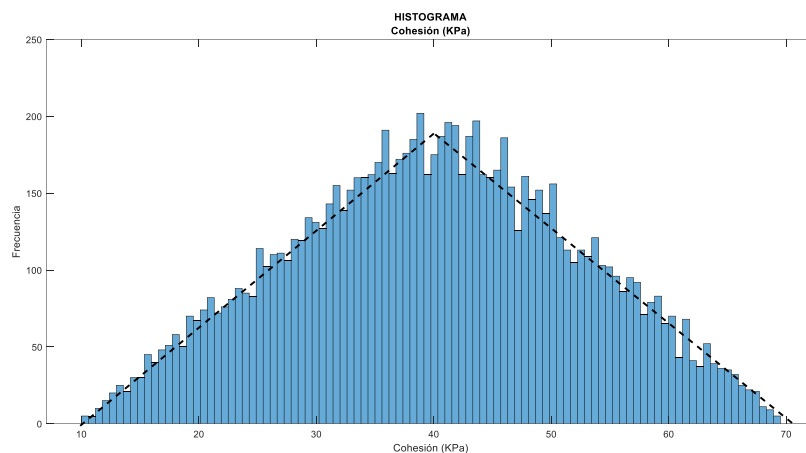


Figura 7: Histograma de valores aleatorios de cohesión

VALIDACIÓN DEL MODELO DE SIMULACIÓN

En general, dos pruebas, de naturaleza estadística, parecen apropiadas para la validación de modelos de simulación. Primero, cuan bien se comportan los valores simulados de las variables endógenas comparados con datos históricos conocidos, si se dispone de datos históricos. Segundo, cuan exactas son las predicciones del modelo de simulación referidas al comportamiento del sistema real en periodos de tiempo futuros.

Estas pruebas serán posibles cuando, más adelante, se lleven a cabo los experimentos de simulación y se efectúe el análisis de los resultados obtenidos.

EXPERIMENTOS DE SIMULACIÓN

Los experimentos de simulación estarán relacionados con el talud diseñado, utilizando métodos determinísticos, dicho talud se encuentra ubicado en la zona sud de la ciudad de Oruro (serranías de Oruro entre las calles Washington y Camacho).

Tal como se dijo anteriormente, luego de un mapeo geológico estructural de dicho talud y el análisis estereográfico correspondiente, se vio que la modalidad previsible de un posible fallamiento de dicho talud es la falla en cuña. El diseño determinístico, señala que dicho talud es estable; afirmación basada en el factor de seguridad calculado ($f_s = 1,6$).

Sin embargo, en este y otros casos, el factor de seguridad es insuficiente para expresar toda la incertidumbre asociada a las variables utilizadas para su cálculo.

Se efectúa el diseño probabilístico de dicho talud; básicamente, se busca añadir al factor de seguridad, la probabilidad de su ocurrencia.

En el diseño de los experimentos de simulación, inicialmente, se deben definir los posibles valores para los parámetros de la simulación: el buzamiento de la cara del talud (ψ) y la altura del talud (h).

Se han tomado como posibles valores del parámetro altura del talud, los siguientes: 10 m; 15m; 20 m; 25 m; 30 m; 35 m; 40 m y 45 m.

Por otro lado, es importante señalar que se han utilizado los siguientes valores para el peso específico del agua y el peso específico de la roca:

- Peso específico del agua (gama) 9,81 KN/m³
- Peso específico de la roca del talud (gamar) 20,00 KN/m³

La Tabla 2 muestra los factores de seguridad promedio obtenidos, con 1000 experimentos de simulación.

La Tabla 3 muestra nuevamente las probabilidades de falla del talud obtenidas, también con 1000 experimentos de simulación.

Altura del talud (m)	Buzamiento de la cara del talud						
	73°	75°	77,5°	80°	82,5°	85°	87,5°
10	11,4083	7,7121	4,9325	3,6546	2,6689	2,3130	2,0004
15	5,7969	3,8312	2,5027	1,9138	1,3980	1,2138	1,0565
20	2,9223	1,9577	1,2629	0,9565	0,7545	0,6512	0,5947
25	1,0820	0,7902	0,5444	0,4565	0,3855	0,3207	0,2962
30	-0,0397	0,0120	0,0973	0,0851	0,1139	0,1171	0,1214
35	-0,7690	-0,5155	-0,2623	-0,1721	0,0666	-0,0492	-0,0210
40	-1,4602	-0,9358	-0,5244	-0,3839	-0,2040	-0,1657	-0,1222
45	-1,9691	-1,2525	-0,7498	-0,5354	-0,2910	-0,2502	-0,2081

Tabla 2: Factores de seguridad esperados o promedio

Altura del talud (m)	Buzamiento de la cara del talud						
	73°	75°	77,5°	80°	82,5°	85°	87,5°
10	0,000	0,004	0,070	0,010	0,031	0,065	0,063
15	0,022	0,042	0,096	0,138	0,265	0,355	0,438
20	0,178	0,236	0,390	0,515	0,723	0,796	0,881
25	0,482	0,559	0,735	0,835	0,953	0,979	0,994
30	0,767	0,859	0,943	0,978	0,998	1,000	1,000
35	0,931	0,978	0,990	1,000	1,000	1,000	1,000
40	0,992	0,996	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
45	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabla 3: Probabilidad de falla del talud

Los valores de la Tabla 2 y Tabla 3 son representados en la Figura 12 para tres valores de altura del talud (h), (h = 15m, h = 20m y h = 25m), con la finalidad de facilitar el análisis de los resultados obtenidos.

La Tabla 4 muestra factores de seguridad para diferentes valores de buzamiento de la cara

del talud obtenidos con el diseño determinístico y los factores de seguridad obtenidos con el diseño probabilístico. Toma en cuenta tres valores para la altura del talud (15m, 20m y 25m).

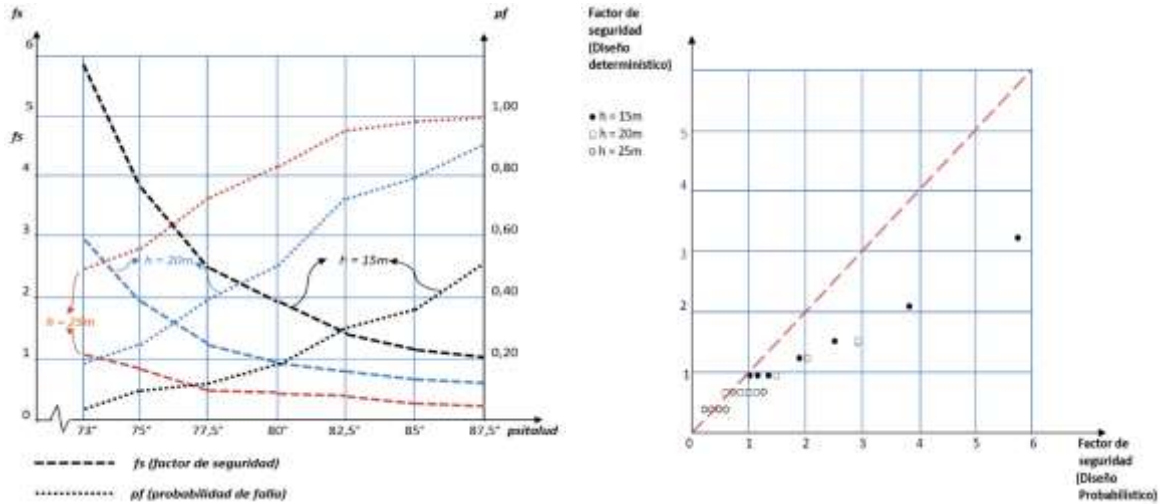


Figura 8: a) Factores de seguridad y probabilidades de falla para diferentes alturas de talud b) comparación factores de seguridad.

Altura	Diseño	Buzamiento de la cara del talud
--------	--------	---------------------------------

Talud (m)		73°	75°	77,5°	80°	82,5°	85°	87,5°
15	Determinístico	3,118	2,261	1,425	1,165	1,041	1,020	1,018
	Probabilístico	5,797	3,831	2,503	1,914	1,398	1,214	1,056
20	Determinístico	1,640	1,231	0,833	0,709	0,650	0,640	0,638
	Probabilístico	2,922	1,958	1,263	0,956	0,754	0,651	0,595
25	Determinístico	0,753	0,614	0,477	0,435	0,415	0,411	0,411
	Probabilístico	1,082	0,790	0,544	0,456	0,358	0,321	0,296

Tabla 4: Factores de seguridad obtenidos con el diseño determinístico y con el diseño probabilístico

La Figura 8a compara los factores de seguridad obtenidos con el diseño determinístico y los obtenidos con el diseño probabilístico correspondiente a 1000 experimentos.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El siguiente análisis está basado en los experimentos de simulación cuyos resultados se muestran en las tablas:

- Los resultados de la simulación corroboran que cuanto mayor sea el buzamiento de la cara del talud, más inestable es el talud. Por ejemplo, para una altura de talud igual a 20 m, si el buzamiento de la cara del talud es igual a 73°, el factor de seguridad promedio es igual a 2,922 (Tabla 7) y la probabilidad de falla de este talud es igual a 0,15 o 15% (Tabla 3); sin embargo, si el buzamiento de la cara del talud es igual a 82,5°, el talud se hace totalmente inestable ya que el factor de seguridad promedio es igual a 0,798 (Tabla 2) y la probabilidad de falla del talud se incrementa a 0,723 o 72,3% (Tabla 3).
- Los resultados de la simulación también corroboran que cuanto mayor sea la altura del talud, más inestable se hace el talud. Por ejemplo, para un buzamiento de la cara del talud igual a 75°, si la altura del talud es igual a 15m, el talud es estable (factor de seguridad igual a 3,831 y probabilidad de falla del talud igual a 0,042 o 4,2%) (Tabla 2 y Tabla 3); sin embargo, si la altura del talud se incrementa a 25 m, el talud se hace totalmente inestable, el factor de seguridad del talud se reduce a 0,790 y la probabilidad de falla del talud se incrementa a 0,559 o 55,9% (Tabla 2 y Tabla 3 respectivamente).

- Las dos observaciones descritas anteriormente, pueden ser mejor apreciadas en la Figura 8a. En esta figura también se puede observar que para valores menores del buzamiento de la cara del talud (p.e. 73°), las diferencias entre los factores de seguridad para diferentes alturas del talud son grandes; sin embargo, a medida que el buzamiento del talud crece, las diferencias entre los factores de seguridad se van haciendo más pequeñas.

- Por otro lado, las observaciones descritas anteriormente, validan plenamente el modelo de simulación utilizado; los resultados obtenidos con la simulación son intuitivamente coincidentes con resultados históricos o reales.

- Es importante observar que, para alturas de talud grandes por ejemplo 45m en el presente caso, el talud se hace absolutamente inestable; el factor de seguridad promedio es negativo (Tabla 2), y la probabilidad de falla es igual a 1,000 o 100% (Tabla 3) para cualquier valor factible del buzamiento de la cara del talud.

- De igual manera, en el presente caso, para buzamientos de la cara del talud superiores a 80° y alturas de talud superiores a 20 m, el talud se hace inestable; el factor de seguridad es menor a 1,00 y la probabilidad de falla del talud es superior a 0,515 o 51,5% y tiende rápidamente a 1,000 o 100% (Tabla 2 y Tabla 3).

- La Tabla 4 muestra los factores de seguridad obtenidos con el diseño determinístico y los factores de seguridad obtenidos con el diseño probabilístico para tres valores de la altura del talud. La Figura 13 muestra la relación existente entre ambos factores de seguridad y da cuenta de una relación aparentemente lineal entre los factores de seguridad determinísticos y las

medias de los factores de seguridad probabilísticos, donde los primeros presentan valores menores a los obtenidos mediante la simulación de Montecarlo. Los resultados muestran que cuando el buzamiento de la cara del talud es menor (p.e. 73°) ambos factores de seguridad tienden a asemejarse entre sí; mientras que, cuando el ángulo de buzamiento del talud se incrementa (p.e. $87,5^\circ$) los factores de seguridad probabilísticos no solo son mayores, sino que además la dispersión entre cada caso se incrementa.

- Los resultados obtenidos también muestran que a medida que la probabilidad de falla del talud se incrementa, ambos factores de seguridad tienden a asemejarse entre sí; mientras que cuando la probabilidad de falla del talud disminuye, los factores de seguridad probabilísticos se hacen mayores a los factores de seguridad determinísticos.

- La Figura 8b muestra claramente que los factores de seguridad obtenidos con métodos determinísticos son mucho más conservadores (menores) que los obtenidos mediante la simulación de Montecarlo. Esta puntualización podría ser muy útil a la hora de tomar decisiones.

- El diseño probabilístico de un talud en roca donde se prevé una falla en cuña, ha sido posible gracias a la aplicación de la simulación de Montecarlo; y, la aplicación de la simulación de Montecarlo ha sido posible gracias a la tecnología disponible en la actualidad. La información proporcionada por el diseño probabilístico es realmente importante. Saber, por ejemplo, que si la altura del talud en estudio fuera igual a 10 m y el ángulo de talud fuera igual a 77° , el factor de seguridad es igual a 7,712 es una buena noticia; pero, saber además que la probabilidad de falla de dicho talud es igual a 0,004 o 0,4% es reconfortante. De igual manera, saber que si la altura del talud en estudio fuera igual a 35 m sin importar el buzamiento de la cara del talud (cualquier valor mayor a 72°), el factor de seguridad es negativo y consecuentemente la falla del talud es inminente, pero saber además que la probabilidad de falla del talud es 1,00 o

100%, ratifica la inminencia de falla del talud.

CONCLUSIONES

Las conclusiones relevantes del trabajo de investigación realizado son:

- Se ha verificado que la simulación de Montecarlo permite el análisis probabilístico de la estabilidad de taludes en roca en los que la modalidad previsible de fallamiento es la falla en cuña; en otras palabras, permite enriquecer la información proporcionada por un factor de seguridad sobre la estabilidad de un talud con la probabilidad de falla del talud. Si el factor de seguridad de un talud es, por ejemplo, igual a 1,2; teóricamente, el talud es estable (factor de seguridad superior a la unidad); sin embargo, la pregunta inmediata del ingeniero encargado de evaluar la estabilidad del talud es ¿será realmente estable el talud? a sabiendas de la alta incertidumbre asociada a algunas de las variables que intervienen en el cálculo del factor de seguridad. Si el factor de seguridad viene acompañado de una probabilidad de falla del talud y el valor de esta probabilidad es, por ejemplo, igual a 0,010 o 1%, el ingeniero posiblemente considerará que el talud es efectivamente estable; por el contrario, si la probabilidad de falla del talud es igual a 0,450 o 45%, el ingeniero tendrá serias dudas sobre la estabilidad del talud. En definitiva, conocer la probabilidad de falla de un talud permite una mejor toma de decisiones.

- Por otro lado, en el análisis de los resultados de la simulación se ha podido ver que el diseño probabilístico de taludes en roca es una buena herramienta aplicable en la actualidad gracias al avance de la tecnología, y tiene la ventaja de tomar en cuenta la incertidumbre que la naturaleza impone sobre algunas de las variables utilizadas en el diseño determinístico. El uso simultáneo de ambas metodologías (determinística y probabilística) siempre será beneficioso para la ingeniería civil, la ingeniería de minas, la ingeniería geológica y la ingeniería geotécnica no solo para obtener factores de seguridad asociados a taludes en roca; sino también para ampliar la visión y aplicar el análisis probabilístico al diseño de

fundaciones, presas, estructuras de contención y muchas otras estructuras.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Geoffrey, G. (1980). Simulación de sistemas. México: Diana.

Hoek, E., & Bray, J. (1974). Rock Slope Engineering. Londres: The institution of Mining and Metallurgy.

Holly, M. (2007). MATLAB para ingenieros. Prentice Hall.

Javier, A. (s.f.). Problemas de mecánica de rocas. Madrid: Bubok Publishing S.L.

L.L, M. N. (1986). Simulación con ordenador. España: Paraninfo.

Leland, B. (1980). Statistical procedures for engineering, management and science. USA: Mc Graw Hill.

Luis, J. B. (2016). Manual de estaciones geomecánicas. Madrid: Universidad Politécnica de Madrid.

Mood Alexander M, G. F. (1970). Introduction to the theory of statistics. McGraw Hill.

Naylor Thomas H, B. J. (1980). Computer Simulación techniques. USA: John Wiley & Sons Inc.

Ramírez Oyanguren, P., & Alejano Monge, L. (2004). Mecánica de Rocas: Fundamento de ingniería de taludes. España.

Raúl, C. B. (1996). Simulación, un enfoque práctico. México: Limusa.

Roberto Tomás Jover (1), I. F. (2002). APLICACIONES DE LA PROYECCIÓN ESTEREOGRÁFICA. XIV Congreso Internacional de Ingeniería Gráfica, 10 .

Schmidt J. W, T. R. (1979). Análisis y simulación de sistemas industriales. México: Trillas.

Sóbol I, M. (1983). Método de Montecarlo (Segunda ed.). Moscú: MIR.

Walpole R. E, M. R. (1987). probabilidad y estadística para ingenieros. Interamericana.

Wyllie, D., & Mah, C. (2005). Rock Slope Engineering. New York: Taylor & Francis.

Revista de Medio Ambiente Minero y Minería 6 (1): 48 – 57, Junio 2021. ISSN 2519-5352

RECUPERACIÓN DE ORO ALUVIAL, SIN EL USO DE MERCURIO

Dr. Ing. Gerardo Zamora Echenique¹

M. Sc. Ing. Octavio Hinojosa Carrasco²

Karem Paola Gómez Porrez³

^{1,2} Universidad Técnica de Oruro, Carrera de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de Materiales

e-mail: gerardozamoraechenique@yahoo.es

e-mail: octahinojosacarrasco@yahoo.com

RESUMEN

Actualmente, existen más de 10 a 15 millones de mineros artesanales de oro en más de 70 países en el mundo. Se estima además que cerca de 30% de la producción de oro del mundo, viene de la minería artesanal. Esta actividad se ha extendido peligrosamente en muchas regiones que no controlan adecuadamente sus leyes medioambientales y una de estas regiones es América del Sur, concretamente la amazonia, región que involucra a 9 países; y aun territorio equivalente a 7.8 millones de Km², en que viven cerca de 33 millones de personas en más de 385 pueblos indígenas. Toda esta zona está siendo afectada por la explotación legal e ilegal del oro aluvial que se encuentra en los ríos, el impacto ambiental negativo que genera es enorme.

En ese contexto, en el presente trabajo de investigación se propone una alternativa técnica para la recuperación de oro de sedimentos aluviales mediante la aplicación de la concentración gravimétrica centrífuga, evitando así el uso del mercurio. La caracterización de la muestra estudiada, muestra un $d_{80} = 3200$ micrones (3.2 mm) y $d_{50} = 400$ micrones (0.4 mm); por otra parte, el contenido de oro es de 4.05 g/t, que está liberado y con los mayores contenidos en las fracciones granulométricas por debajo de -48 + 200 mallas Tyler.

De acuerdo a los balances metalúrgicos se puede constatar que la recuperación del oro en las diferentes etapas del proceso (pre concentración – concentración – amalgamación y/o fusión) están siempre por encima de 90%. Las eficiencias de la etapa de fusión de los concentrados obtenidos son mayores al 95%. Desde el punto de vista de la recuperación total de Au, se tiene que, en el proceso Knelson-Mesa-Amalgamación, es de 73.08%; mientras que, para el proceso Knelson-Mesa-Fusión, 76.67%; además, para el proceso Knelson-Knelson-Amalgamación, 64.65% y, finalmente, Knelson-Knelson-Fusión, 66.53% de recuperación total.